

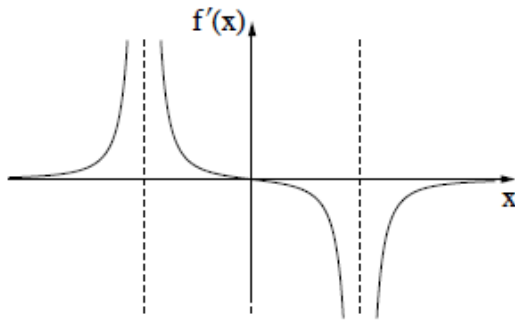
אוסף שאלות בגרות 471- חדו"א פונקציה רציונלית

(1) בגרות חורף תשפ"ד

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 4$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

המוגדרת באותו התחום.



גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0, 0)$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$,

וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

אחד מן הביטויים I–III שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

$$\text{I. } \frac{x^2}{x^2 + 16} + 1 \quad \text{II. } \frac{x^2}{x^2 - 16} + 2 \quad \text{III. } \frac{x^2}{x^2 - 16} + 1$$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I–III מייצג את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 2$.

(2) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ג

נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

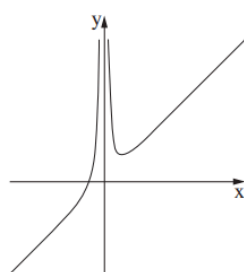
ג. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

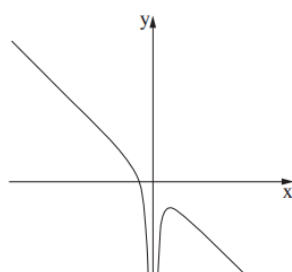
3) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ג

נתונה הפונקצייה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

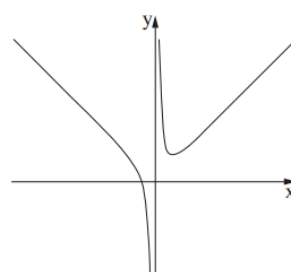
- מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II

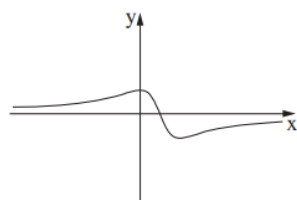


I

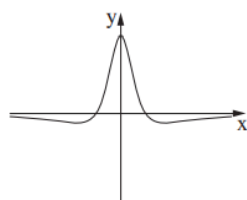
4) בגרות חורף תשפ"ג

נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4} + 1$.

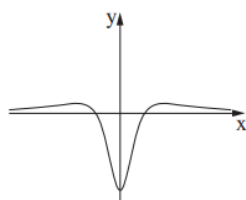
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 2 \cdot f(x)$.
- אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 - מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הצירים.



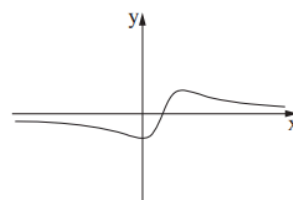
IV



III



II



I

5) בגרות חורף תשפ"ב

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b .

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

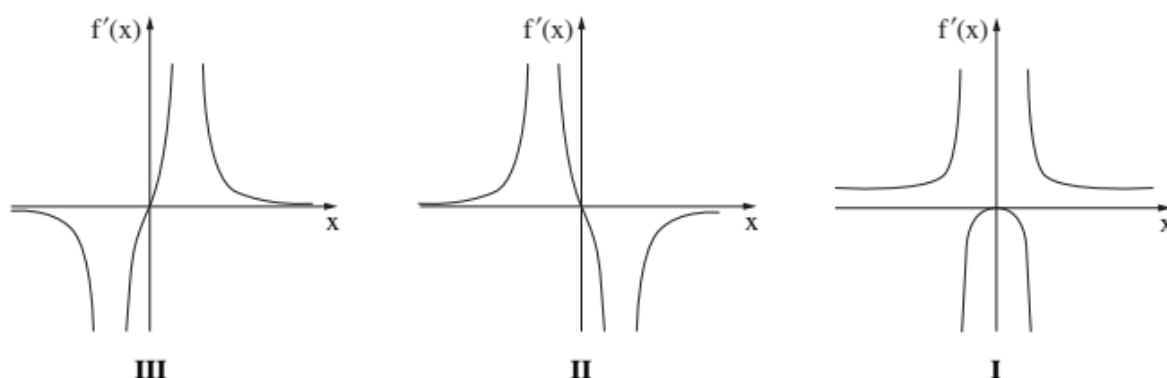
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .



6) בגרות חורף נבצרים תשפ"ב

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

ב. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

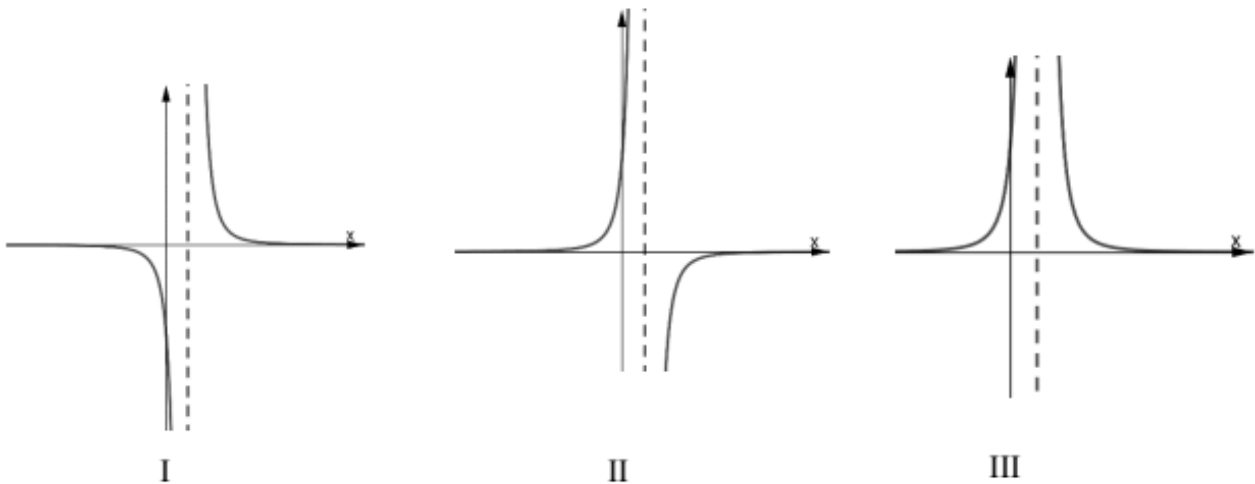
(2) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 3$? נמק.

7) בגרות חורף נבצרים תשפ"ב

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^2} - 4$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה, I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין מיהו ונמק.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
 על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



8) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ב

נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + k$, k הוא פרמטר.
 נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$ היא $y = 1$.
 ד. (1) מצאו את k .
 (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

9) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ב

נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{2x-b}{x-4} + 1$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 2.5)$.

ב. מצאו את b .

הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

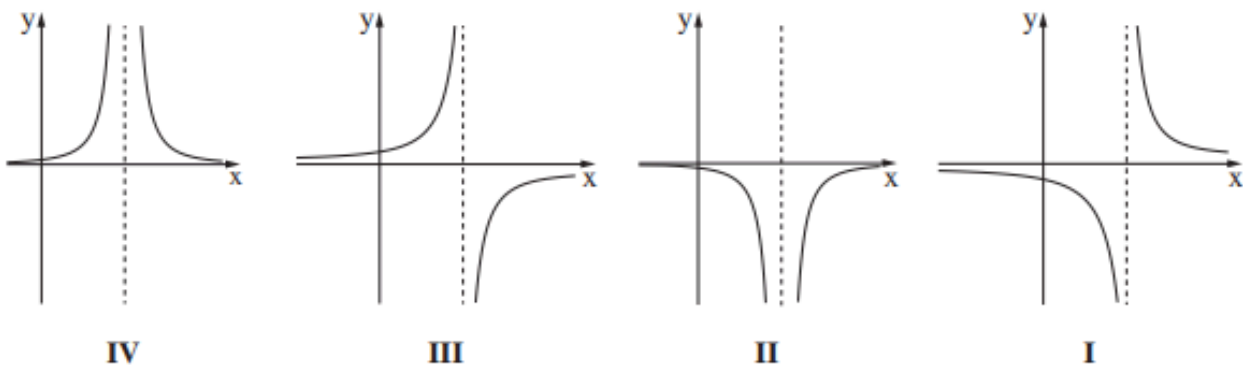
ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ז. (1) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$, על ידי ציר ה- x ועל ידי

ציר ה- y .



10) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"א

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{12}{x} + 3x$.

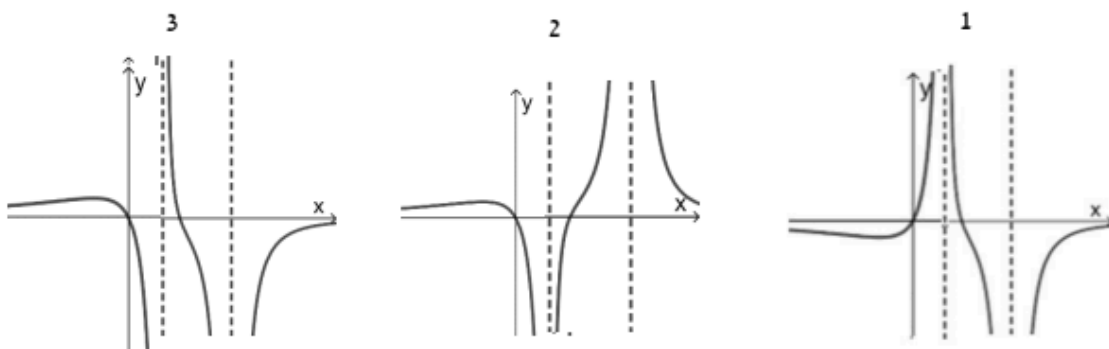
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - (3) הסבר מדוע אין לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודות חיתוך עם הצירים.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.
נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .
- ב. מצא את הערך של c (מצא את שתי האפשרויות). נמק.
- הצב $c = -12$.

- ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
- (3) חשב את השטח שיוצר המשיק עם הצירים.

11) בגרות קיץ נבצרים תשפ"א

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{-x^2 + 4x - 3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- לפניך גרפים 1 - 3.
- ד. (1) איזה מן הגרפים 1 - 3 הוא גרף הנגזרת $f'(x)$? נמק.
 - (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -2$.



(12) בגרות ????????

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = -f(x)$.

ענה על סעיף ו' על סמך הסעיפים הקודמים.

ו. (1) רשום את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

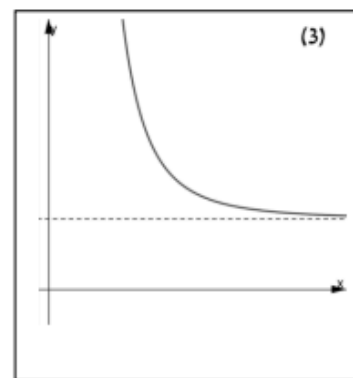
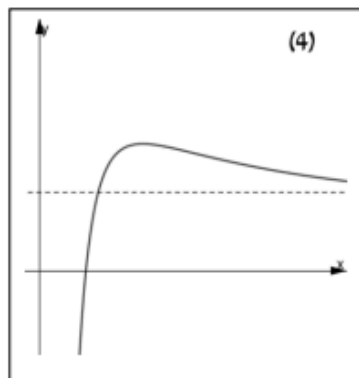
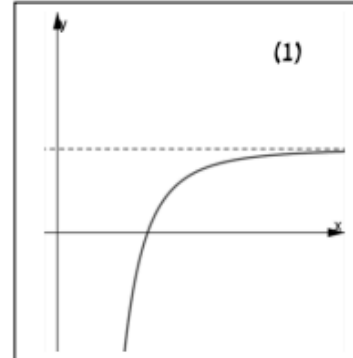
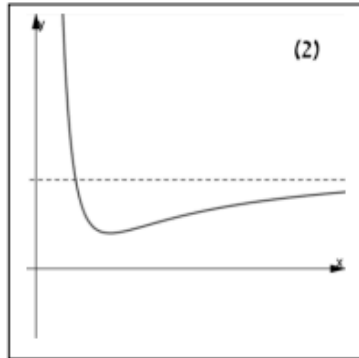
13) בגרות חורף תשפ"א

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{c}{x^2} + b$ בתחום $x > 0$, b הוא פרמטר.

הישר $y = 4$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה.

א. מצא את b .

ב. איזה מן הגרפים (1) – (4) שלפניך הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.



בתחום הנתון העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק שווה ל-4.

ג. מצא את משוואת המשיק.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק, ציר ה- x

והישר $x = 4$.

14) בגרות קיץ מועד ב' תש"פ

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^3} + 2$, a הוא פרמטר.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 2$ הוא $-\frac{3}{2}$.

א. חשב את a .

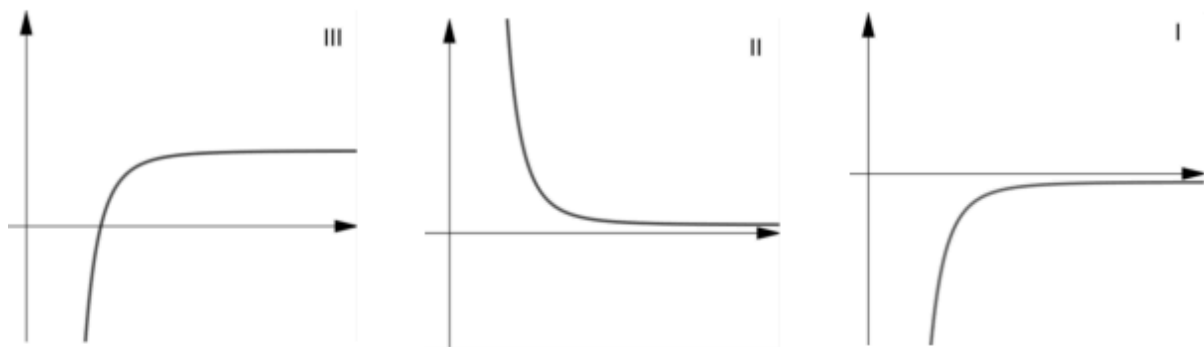
ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x > 0$.

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x > 0$? נמק.

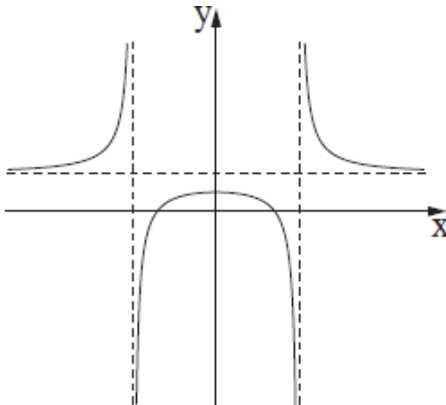


ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x

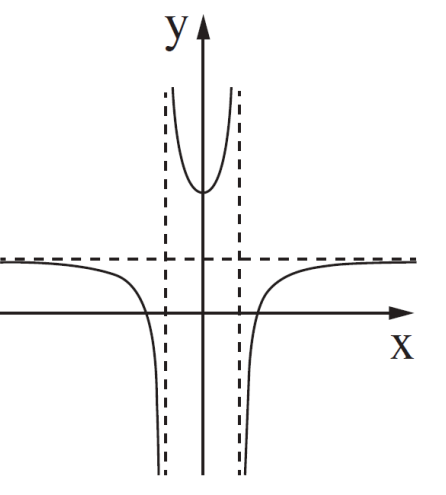
והישרים $x = 2$, $x = 5$.

פתרונות:

(1) בגרות חורף תשפ"ד

	(ה)	$\max(x = 0)$	(א)
		תחומי עליה: $x < -4$, $-4 < x < 0$ תחומי ירידה: $x > 4$, $0 < x < 4$	(ב)
		ביטוי 3	(ג)
$\frac{1}{3}$	(ו)	$(-\sqrt{8}, 0)$, $(\sqrt{8}, 0)$, $(0, 1)$	(ד)

(2) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ג

תחומי עליה: $x > 1$, $0 < x < 1$ תחומי ירידה: $x < -1$, $-1 < x < 0$	(א)(5)	$x \neq 1$, $x \neq -1$	(א)(1)
	(ב)	$x = 1$, $x = -1$, $y = 4$	(א)(2)
		$(-1.5, 0)$, $(1.5, 0)$, $(0, 9)$	(א)(3)
		$\min(0, 9)$	(א)(4)
$x_{\max} = -1.5$, $x_{\min} = 1.5$	(ג)		

(3) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ג

	(ה)		(א)
--	-----	--	-----

	(ה)	(ב)
		(ג)

(4) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ג

(א) כל x (1)

(א) $y = 1$ (2)

(ב) $(-4, 0), (-1, 0), (0, 1)$

(ג) $\min(-2, -0.25), \max(2, 2.25)$

(ה) גרף 3

(ו) $S = 2$

(5) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ג

	(ה)	(א)
	(ה)	(ב)
		(ג)

(6) בגרות חורף תשפ"ב

	(ה)	(א)
	(ה)	(ב)
		(ג)

(7) בגרות נבצרים תשפ"ב

	(ה)	(א)
	(ה)	(ב)
		(ג)

(8) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ב

	(ג)		(א)
	(ד)		(ב)

(9) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ב

(א)

$x \neq 4$

(ב)

$b = 6$

(ג)

$y = 3, x = 4$

(ד)

$\left(3\frac{1}{3}, 0\right)$

(ה)

תחום עליה: $x < 4$ או $x > 4$
תחום ירידה: כל x

(ז)

(1) גרף 2

(ז)

(2) $S = \frac{1}{6}$

(10) בגרות קיץ מועד א' תשפ"א

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(11) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"א

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(12) בגרות קיץ תש"פ

	(ה)		(א)
--	-----	--	-----

	(ה)		(ב)
			(ג)

(13) בגרות נבצרים תשפ"ב

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(14) בגרות קיץ מועד ב' תש"ף

(3)(ב)

(א) $a = 8$

(1)(ב) תחום ההגדרה: $x \neq 0$
אסימפטוטה אנכית: $x = 0$
אסימפטוטה אופקית: $y = 2$

(2)(ב) תחום ירידה: $x < 0$ או $x > 0$
תחום עלייה: אף x

(ג) גרף 1

(ד) $s=0.936$