

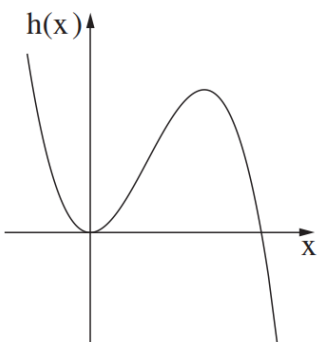
אוסף שאלות בגרות 472 - חדו"א פונקציות לוגריתמיות (בסיס e בלבד)

1) בגרות קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב

$$\text{נתונה הפונקצייה } f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}.$$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
 - נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
 - ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
 - (2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $y = c$ שווה ל- S .
- נמקו את תשובתכם.

2) בגרות קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א



- בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $h(x) = -2x^3 + 6x^2$ המוגדרת לכל x .
- א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה- x .
 - (2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $h(x)$.
- נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$.
- ב. היעזרו בתשובתכם לתת-סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 - ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- נתונה הפונקצייה: $g(x) = -f(x) + 4$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ה. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

- נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a הוא פרמטר.
- אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.
- א. מצאו את a .
- הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = |f(x)|$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(4) בגרות קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב

נתונה הפונקצייה $f(x) = a + (\ln x)^2$.

$a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקצייה $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים IV–I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

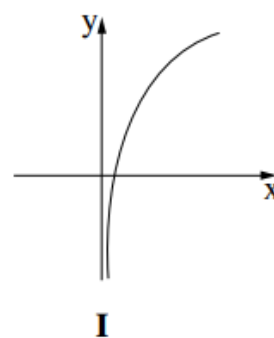
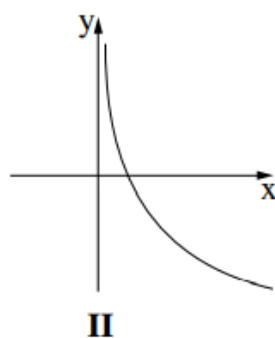
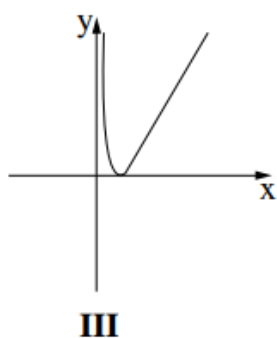
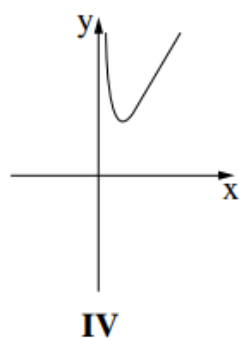
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

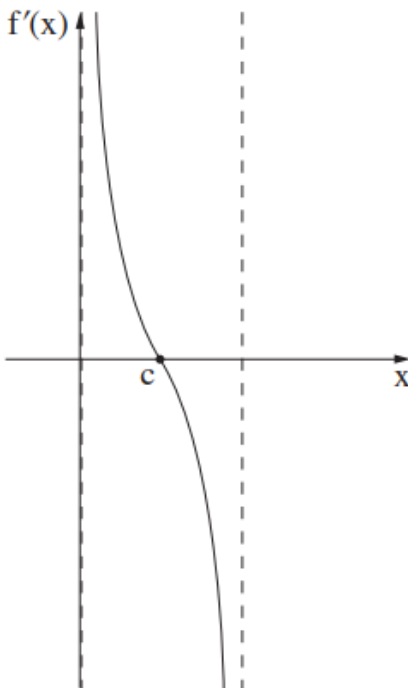
ה. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?



(5) בגרות קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב



$f(x)$ היא פונקצייה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודה אחת בלבד, שבה $x = c$. c הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ על פי הגרף.

נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = \ln(4x - x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

(6) בגרות קיץ תשפ"ב, 2022, מועד א

נתונה הפונקצייה $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{e}$, על ידי הישר $x = e$,

ועל ידי ציר ה- x .

(7) בגרות חורף תשפ"ב, 2022, מועד נבצרים

- נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \ln(x^2 - a)$, a פרמטר חיובי.
- נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 5$ שווה ל-1.25.
- א. מצא את a .
- הצב $a = 9$ וענה על הסעיפים הבאים:
- ב. (1) רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 4)$.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. האם הפונקציה $g(x)$ זוגית/אי זוגית/או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

(8) בגרות חורף תשפ"ב, 2022

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

(9) בגרות קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב

נתונה הפונקציה $f(x) = (2 + \ln x) \cdot \ln x$.

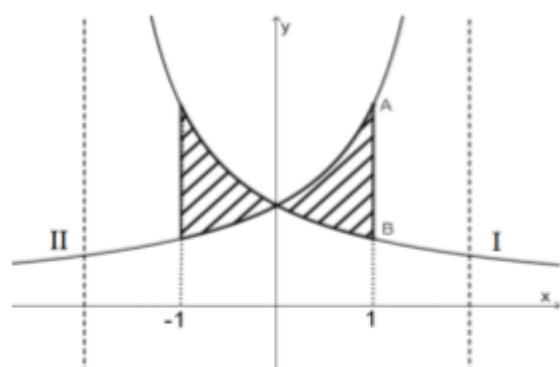
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 - (2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?
 - (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (4) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקציה $g'(x) = f(x)$. על סמך הסעיפים הקודמים מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. נתונה הפונקציה $h(x) = f(x - 5)$. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $h(x)$? נמק.

(10) בגרות קיץ תשפ"א, 2021, מועד ב

לפניך הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{k}{2-x} \quad \text{ו-} \quad g(x) = \frac{k}{2+x} \quad \text{עבור } y > 0. \quad k \text{ הוא פרמטר חיובי.}$$

א. התאם בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמק.



הישר $x = 1$ חותך את גרף II בנקודה A

ואת גרף I בנקודה B.

נתון כי אורך הקטע AB הוא 2.

ב. חשב את הערך של k .

הצב $k=3$ וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ד. חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישרים $x = -1$ ו- $x = 1$ (השטח המקווקו בצירור).

ה. קבע אם הטענה הבאה נכונה, ונמק את קביעתך: $\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$

11) בגרות קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד נבצרים

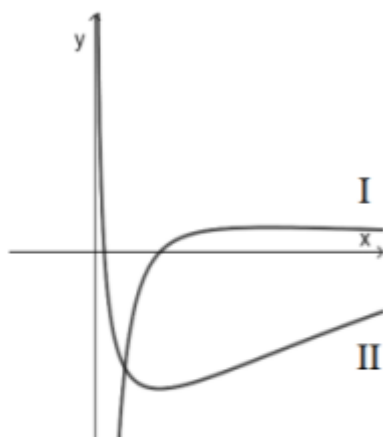
$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = -f(x)$$

- ו. (1). רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.
- (2). באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ז. חיברו בין נקודת הקיצון של $f(x)$ ונקודת הקיצון של $g(x)$. מצא את אורך הקטע.

12) בגרות קיץ תשפ"א, 2021, מועד מיוחד נבצרים



בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הגרפים I, II.

א. איזה גרף מתאים ל- $f(x)$ ואיזה גרף מתאים ל- $f'(x)$? נמק.

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = (\ln x)^2 - 4$$

- ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת $f'(x)$, הישר $x = e$ וציר ה- x .

13) בגרות קיץ תשפ"א, 2021, מועד א

נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - a \ln x - 3$, a הוא פרמטר.

א. ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = e$. חשב את a .
הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$. על סמך הסעיפים הקודמים ענה:

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

פתרונות:

(1) בגרות חורף תשפ"ג

	(ג)		(א)
	(ד)		(ב)

(2) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ג

	(ד)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(3) בגרות קיץ מועד א' תשפ"ג

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(4) בגרות קיץ מועד ב' תשפ"ג

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

(5) בגרות חורף תשפ"ב

	(ה)		(א)
	(ה)		(ב)
			(ג)

