

אוסף שאלות בגרות 571 – פונקציות משולבות שורש ריבועי

1. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'

- נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$, $a > 0$ הוא פרמטר. בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ איזוגית.
- ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים?
(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה גם הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?
(2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה?
- ידוע כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, יש לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ משיק משותף.
- ו. (1) הוסף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.
(2) מהו הערך של a ? נמק את תשובתך.

2. בגרות קיץ תשפ"א, מועד נבצרים

- נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2 - x}$.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתון: $f(k) = 1$, $t < k$, t הוא פרמטר.
- ג. קבע איזה מן הביטויים שלפניך גדול יותר. נמק את קביעתך.
- $$\int_t^k f(x) dx \quad \text{או} \quad \int_t^k (f(x))^2 dx$$
- ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -1$ ו- $x = -8$.

3. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $(f(x))^2$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(f(x))^2$, וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. הסתמך על הסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

הצב: $a = 2$.

ו. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 4$.

4. בגרות חורף תשפ"ב

נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך דייק שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. האם ייתכן שיש שמשוואתו $y = 4x + c$ (פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

5. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד ב'

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} + a}$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונות הפונקציות $g(x) = -f(x+2)$, $h(x) = |f(x)|$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

$$\text{נתון כי } \int_{-1}^3 h(x) dx = \int_{-3}^k g(x) dx, k > -3.$$

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

6. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד ב

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x}}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.

(3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

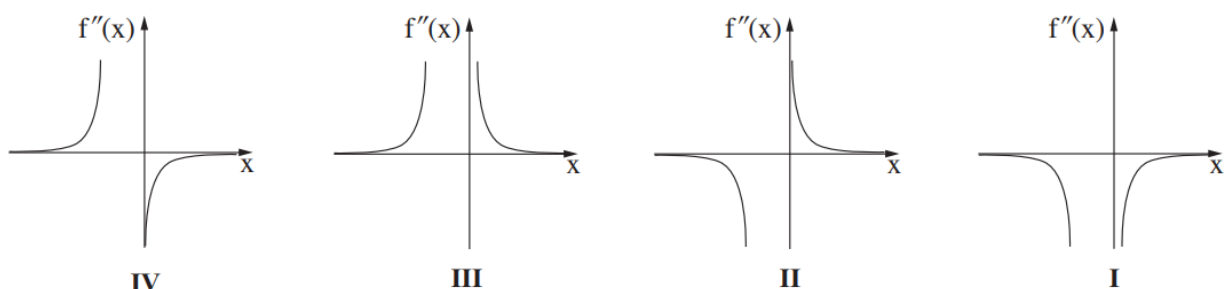
נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. היעזרו בגרף הפונקצייה $f(x)$, וקבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$.

נמקו את קביעתכם.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.



7. בגרות חורף תשפ"ד

נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x} - 2}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
- ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.
- ד. לפניכם טענות I-II. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.
- I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 2.
- II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.
- ה. חשבו את ערך הביטוי $\int_{0.25}^1 g(x) \cdot f(x) dx$.

תשובות:

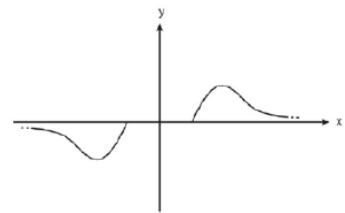
1. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'

א. $\sqrt{\frac{4a}{3}} \leq x$ או $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ ב. הוכחה ג. (1) $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$, $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$.

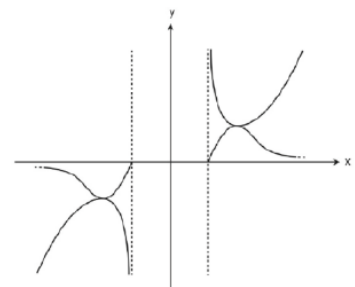
(2) $(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a})$ מקסימום , $(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$ מינימום , $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מינימום ,

$(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מקסימום .

ד.



ה. (1) $\sqrt{\frac{4a}{3}} < x$ או $x < -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ (2) $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$, $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$.
(1).ו



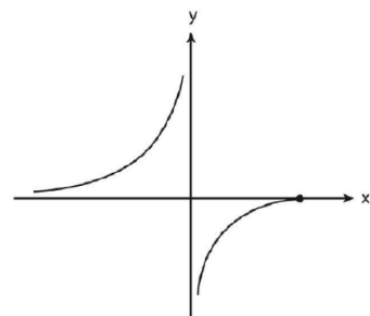
(2) $a = \frac{1}{2}$.

2. בגרות קיץ תשפ"א, מועד נבצרים

א. (1) $x \leq \frac{1}{2}$, $x \neq 0$ (2) $(\frac{1}{2}, 0)$ (3) $y = 0$, $x = 0$.

(4) עליה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < 0$, ירידה: אין .

ב.



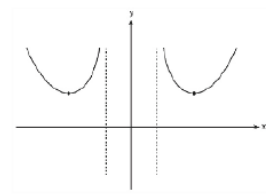
ג. $\int_t^k f(x) dx$ גדול יותר ד. $\frac{35}{72}$.

3. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'

א. $a < x$ או $x < -a$ ב. הוכחה ג. (1) אין (2) $x = -a$, $x = a$.

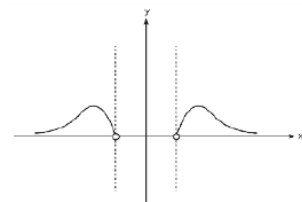
(3) $(\sqrt{2}a, 2a)$ מינימום , $(-\sqrt{2}a, 2a)$ מינימום .

ד. $(-\sqrt{2}a, 4a^2)$, $(\sqrt{2}a, 4a^2)$.



(4)

ה. נ. $\frac{71}{1,296}$.



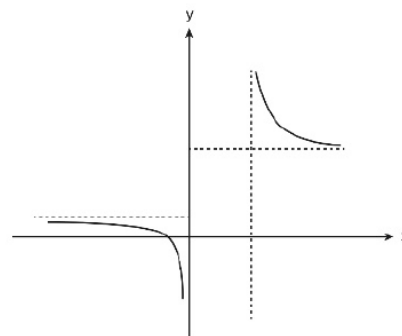
ה.

4. בגרות חורף תשפ"ב

א. (1) $x \geq 2$ או $x \leq 0$ (2) $x > 2$ או $x < 0$.

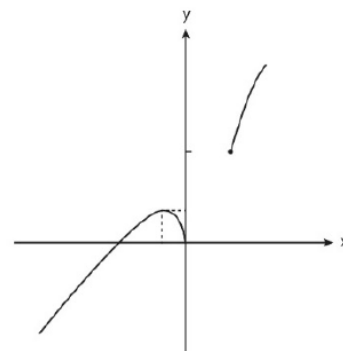
(3) $x = 0$, $x = 2$, $y = 1$, $y = 5$. (4) $(-0.342, 0)$.

(5)



ב. (1) $(-0.342, 0.764)$ מקסימום , $(2, 6)$ מינימום , $(0, 0)$ מינימום .

(2)

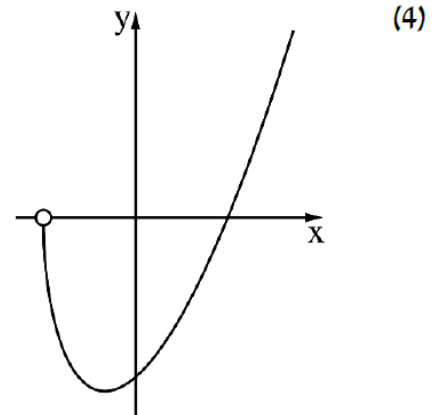


ג. לא.

5. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד ב'

א. $x > -a$. ב. (1) $a = 3$. (2) $(3, 0)$, $(0, -3\sqrt{3})$.

(3) $(-1, -4\sqrt{2})$ מינימום.



ג. (1) תחום ההגדרה של $g(x)$: $x > -5$

תחום ההגדרה של $h(x)$: $x > -3$. (2) שווה לו. ד. $k = 1$.

6. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד ב'

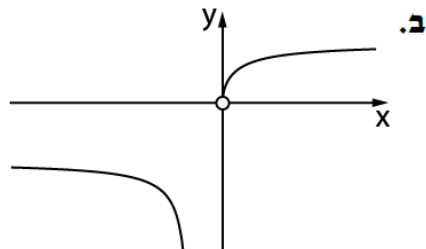
א. (1) $x < -1$ או $0 < x$. (2) לא.

(3) $x = -1$, $y = 2$ עבור $x \rightarrow \infty$,

$y = -2$ עבור $x \rightarrow -\infty$.

(4) עלייה : $x > 0$, ירידה : $x < -1$.

ג. גרף I . ד. 0.217 .



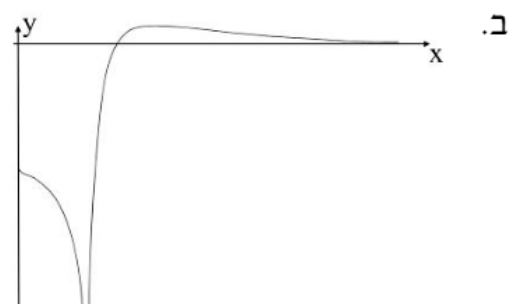
7. בגרות חורף תשפ"ד

א. (1) $x > 4$, $0 \leq x < 4$.

(2) $x = 4$, $y_+ = 0$.

(3) $(0, -1)$, $(16, 0)$.

(4) $\max(0, -1)$, $\max(36, \frac{1}{8})$.



ג. הוכחה.

ד. I - לא נכונה, II - נכונה.

ה. 4.48 .

תשובות סופיות - חוברת בגריות של יואל גבע

פתרונות מלאים – עופר ילין