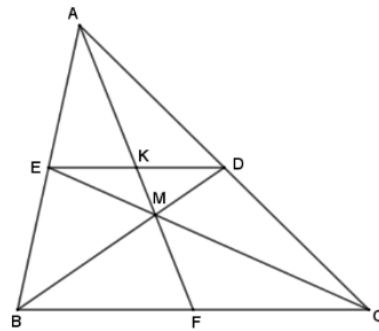
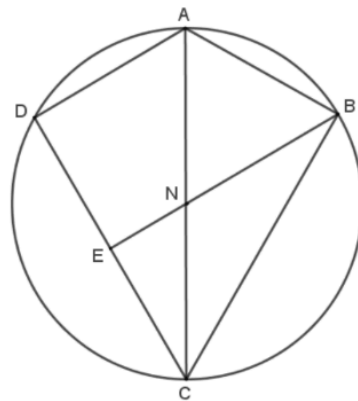


1. בגרות תש"פ, מועד א'



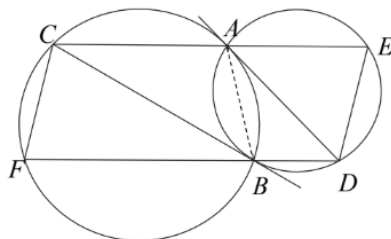
- במשולש ABC נתון כי BD , CE ו- AF הם תיכונים לצלעות המשולש.
 הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש.
 הקטעים ED ו-AM נפגשים בנקודה K (ראה ציור).
 נסמן: $MF = a$.
 א. הוכח כי EK הוא קטע אמצעים במשולש ABF.
 ב. הבע את AK ו-KM באמצעות a.
 ג. חשב את היחס בין שטח המשולש AKD ובין שטח המשולש DKM.
 ד. הוכח כי $EK = KD$.
 דרך הנקודות A, E, M ו-D עובר מעגל.
 ה. (1) הוכח כי $\triangle AKD \sim \triangle EKM$.
 (2) מהו יחס הדמיון בין המשולשים AKD ו- EKM?

2. בגרות תש"פ, מועד ב'



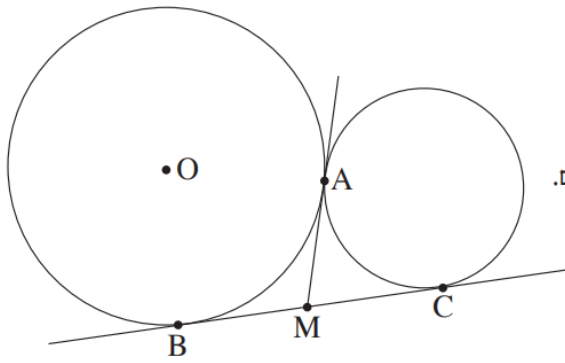
- המרובע ABCD הוא דלתון החסום במעגל ($BC = DC$, $AB = AD$).
 E היא נקודה על DC כך ש- BE מאונך ל- DC.
 BE ו- AC נחתכים בנקודה N (ראה ציור).
 א. הוכח: $\angle ADC = 90^\circ$.
 ב. הוכח: $AB = NB$.
 נתון כי שטח המשולש NCE שווה לרבע משטח המשולש ACD.
 ג. הוכח: הנקודה N היא מרכז המעגל.
 ד. מצא את גודל הזווית BCD. נמק.
 נסמן את שטח הדלתון ABCD ב- S.
 ה. הבע את שטח המרובע ANED באמצעות S. נמק.

3. בגרות תשפ"א, מועד חורף



- שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B.
 המיתר AD במעגל הימני משיק למעגל השמאלי בנקודה A.
 המיתר CB במעגל השמאלי משיק למעגל הימני בנקודה B.
 המשך המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה E.
 המשך המיתר BD במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.
 א. הוכח:
 (1) $\triangle ABC \sim \triangle BDA$.
 (2) $\angle CED + \angle FCE = 180^\circ$.
 (3) המרובע CEDF הוא מקבילית.
 ב. נתון: $AC = 9$, $BD = 4$.
 מצא פי כמה גדול שטח משולש ABC משטח משולש BDA. נמק.

4. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'



שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה A (ראה סרטוט).

הנקודה O היא מרכז המעגל השמאלי.

מעבירים בנקודה A משיק משותף לשני המעגלים.

B ו-C הן נקודות ההשקה של ישר נוסף שמשקיף לשני המעגלים.

שני המשיקים נחתכים בנקודה M.

א. הוכח כי הזווית $\angle BAC$ ישרה.

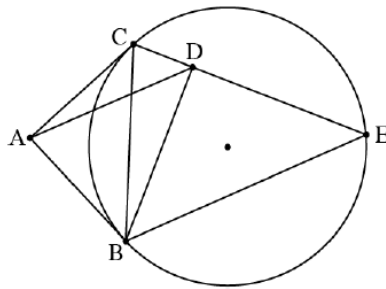
ב. הוכח כי $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$

נתון: $AB = 8$, $AC = 6$.

ג. חשב את רדיוס המעגל שמרכזו הוא בנקודה O.

ד. חשב את יחס השטחים $\frac{S_{\triangle OBM}}{S_{\triangle AMC}}$.

5. בגרות קיץ תשפ"א, מועד נבצרים



מקודה A יוצאים שני ישרים,

המשיקים למעגל בנקודות B ו-C.

(ראה סרטוט). נתון כי $\angle CAB = 90^\circ$.

BE ו-CE הם מיתרים במעגל.

המעגל החוסם את המשולש ABC חותך

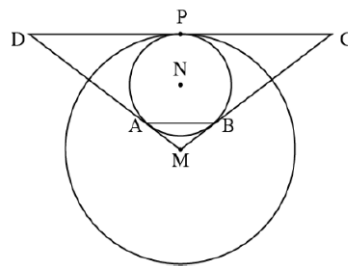
את המיתר CE בנקודה D.

א. הוכח כי $BD = DE$.

ב. הוכח כי $\triangle ADB \sim \triangle CEB$.

ג. הוכח כי $S_{\triangle CEB} = 2 \cdot S_{\triangle ADB}$.

6. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'



שני מעגלים משיקים זה לזה מבפנים

בנקודה P (ראה סרטוט).

מרכזי המעגלים הם הנקודות M ו-N,

והרדיוסים שלהם הם R_1 ו- R_2

בהתאמה, $R_2 < R_1$. מעבירים משיק

משותף לשני המעגלים דרך הנקודה P.

מן הנקודה M יוצאים שני ישרים

המשיקים למעגל שמרכזו N בנקודות A ו-B.

ישרים אלה חותכים את המשיק המשותף לשני המעגלים

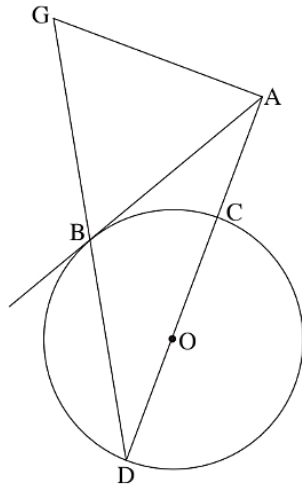
בנקודות C ו-D, כמתואר בסרטוט.

א. הוכח כי $AB \perp MN$.

ב. הוכח כי $AB \parallel DC$.

ג. הוכח כי $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$.

9. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד א'



נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O.

מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים:

הישר AB משיק למעגל בנקודה B ,

הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D ,

והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט).

הנקודות B, D ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle ADB = \alpha$.

א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות α .

ג. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.

נתון: $AG = 8$, $AC = \frac{1}{2}DC$.

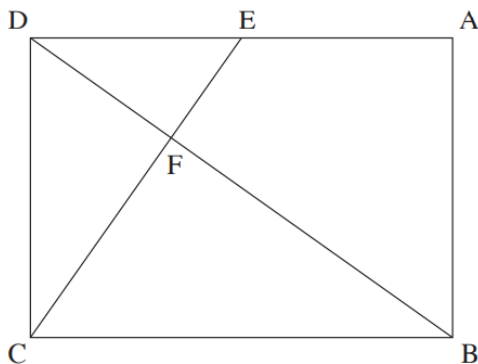
ג. חֲשַׁבוּ אֶת R.

נסמן ב- S את שטח המשולש BDC.

7. (1) הוכיחו: $\triangle ADG \sim \triangle BDC$.

(2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.

10. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד ב'



במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרוכב EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו: $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

נתון: $DE = EA$.

ב. חשבו את היחס $\frac{EF}{FC}$.

נסמן את שטח המשולש DEF ב-S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו-BFC באמצעות S.

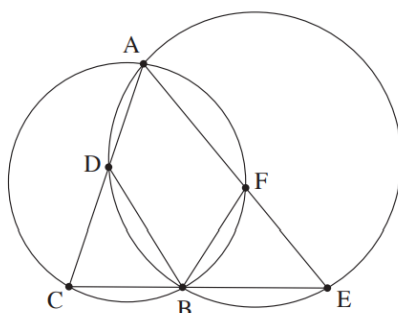
ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן: $DE = a$.

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a .

11. בגרות חורף תשפ"ג



שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B (ראו סרטוט).

המיתר AC במעגל השמאלי חותך את המעגל הימני בנקודה D.

המיתר AE במעגל הימני חותך את המעגל השמאלי בנקודה F.

הקטע CE עובר דרך הנקודה B.

א. הוכיחו כי $\triangle ACE \sim \triangle BCD$.

נתון: $DC = FE$.

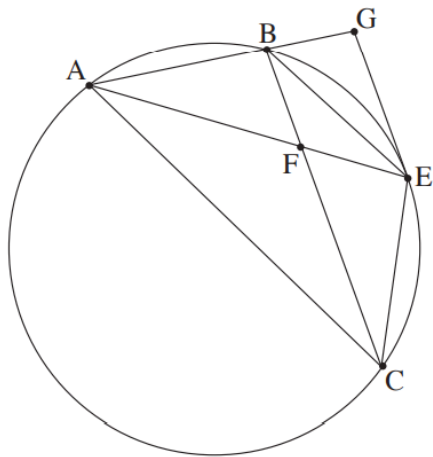
ב. הוכיחו כי $\triangle BFE \cong \triangle BCD$.

ג. (1) הוכיחו כי $AC \cdot BE = AE \cdot BC$.

(2) הוכיחו כי AB הוא חוצה זווית CAE.

ד. הוכיחו כי $\angle DEC = \angle FCE$.

12. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד א'



הנקודות A, B ו- C נמצאות על מעגל.
נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

בנקודה E מעבירים משיק למעגל.

המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G.

המיתרים AE ו- BC נחתכים בנקודה F.

א. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle AEG$.

נתון: $AG = 6$, $AE = 3\sqrt{6}$.

ב. חשבו את אורך המיתר AC.

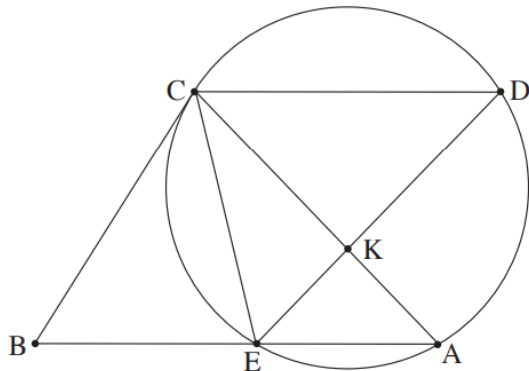
ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.

נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.

ד. חשבו את אורך המיתר AB.

ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו את תשובתכם.

13. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד ב'



מנקודה B, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשק למעגל בנקודה C, וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות E ו- A, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך שהמיתר CD מקביל למיתר EA.

המיתרים ED ו- AC נחתכים בנקודה K.

א. הוכיחו: $\triangle CEB \sim \triangle DCE$.

נתון: $ED = 7$, $AK = 3$.

נסמן את שטח המשולש CEK ב- S.

ב. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CKD.

נתון: $BC = \frac{35}{\sqrt{32}}$.

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CEB.

הנקודה O היא מרכז המעגל.

ד. הוכיחו: $\angle COE = \angle CKE$.

נתון: $\angle CAE = 45^\circ$.

ה. הסבירו מדוע הנקודות O, C, E, K נמצאות על מעגל אחד.

14. בגרות חורף תשפ"ד

שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני.

המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי

בנקודות D ו-E בהתאמה.

הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט.

המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.

א. הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.

ב. הוכיחו: המרובע GDFA הוא בר חסימה במעגל.

המיתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H.

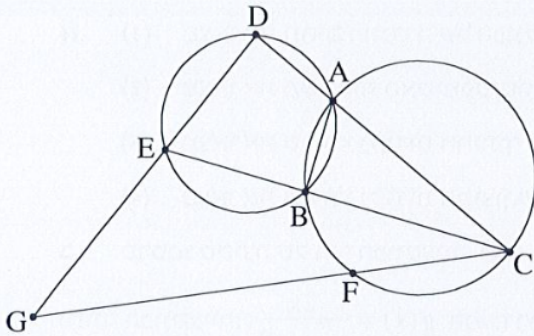
נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.

ג. הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.

נתון: CE מאונך ל-AB.

$CD = 36$, $DE = 18$

ד. חשבו את אורכי הקטעים EG ו-CG.



15. בגרות קיץ תשפ"ד, מועד א'

המרובע ABCD חסום במעגל. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F.

המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט).

נתון: $AB = CB$.

א. הוכיחו: $\angle EBC = 2 \cdot \angle BDC$.

נתון: AC חוצה את זווית ECD,

$$\frac{CD}{CF} = \frac{7}{4}$$

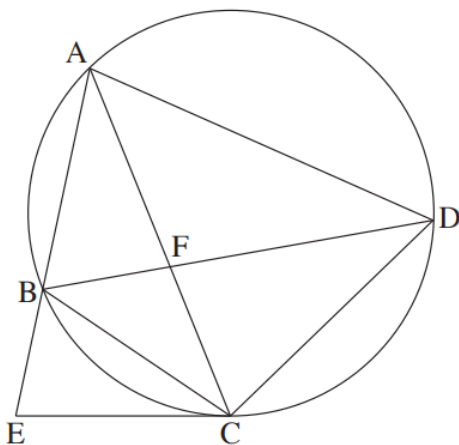
ב. (1) הוכיחו: $AC = AD$.

(2) מצאו את היחס $\frac{AD}{CD}$.

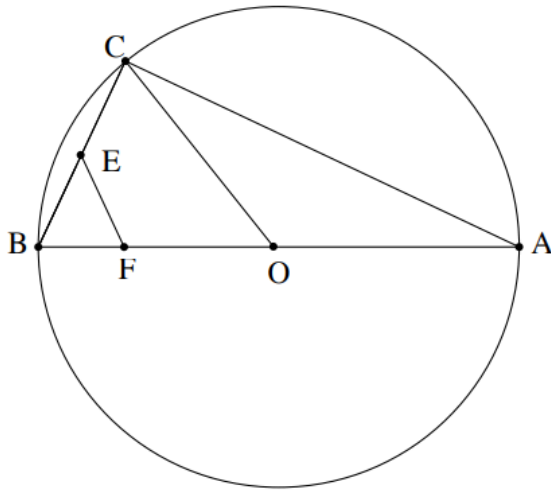
(3) מצאו את היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש CBF.

נסמן את שטח המשולש ABF ב-S.

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AEC.



16. בגרות קיץ תשפ"ד, מועד ב'



משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

הנקודה E נמצאת על הצלע BC,

והנקודה F נמצאת על הקטע BO, כמתואר בסרטוט.

נתון כי המרובע CEFO הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו: $EF = EB$.

המעגל החוסם את המרובע CEFO חותך את הצלע AC בנקודה D

כך ש-ED מקביל ל-AB.

ב. (1) הוכיחו כי המרובע EDOB הוא מקבילית.

(2) הוכיחו: $OD \perp AC$.

הישר ℓ משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הישר ℓ משיק למעגל החוסם את המרובע CEFO.

17. חורף תשפ"ה

במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.

הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.

הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.

האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.

ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.

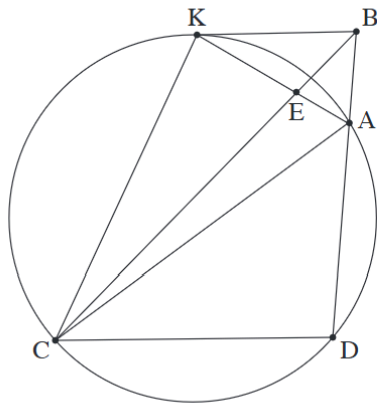
נתון: $BE = \frac{1}{4}CE$.

ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.

נתון: שטח המרובע ABKC הוא 18.

נסמן ב-S את שטח המשולש AEB.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.



תשובות:

1. בגרות תש"פ, מועד א'

ב. $KM = 0.5a$ ג. $\frac{S_{\Delta AKD}}{S_{\Delta DKM}} = 3$ ה. 2 יחס הדמיון בין ΔAKD ו- ΔEKM הוא $1:\sqrt{3}$

2. בגרות תש"פ, מועד ב'

ד. $\angle BCD = 60^\circ$ ה. $S_{ANED} = \frac{3}{8}S$

3. בגרות תשפ"א, מועד חורף

ב. $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta BDA}} = \frac{9}{4}$

4. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'

ג. $\frac{20}{3}$ ד. $\frac{25}{18}$

5. בגרות קיץ תשפ"א, מועד נבצרים

א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה .

6. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'

א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. $DC = 12\sqrt{7}$ (2) $R_2 = 6$, $R_1 = 14$ (1)

7. בגרות חורף תשפ"ב

ג. $AC = \frac{R}{2}$ ד. $\frac{S_{\Delta CBE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{15}$

8. חורף תשפ"ב, נבצרים

א. $\frac{1}{2}$ ב. הוכחה ג. 12 ד. כן.

9. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד א'

א. $\angle BAG = 2\alpha$, $\angle AGB = \angle ABG = 90 - \alpha$ ב. להוכיח.

10. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד ב'

א. הוכחה. ב. $\frac{1}{2}$. ג. $S_{\Delta DFC} = 2S$, $S_{\Delta BFC} = 4S$. ד. $\sqrt{1.5}$.

ה. $\sqrt{6a}$ (1). $\sqrt{3a}$ (2).

11. בגרות חורף תשפ"ג

א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ד. הוכחה.

12. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד א'

א. הוכחה. ב. $AC = 9$. ג. הוכחה. ד. $AB = 4$. ה. $\frac{4}{9}$.

13. בגרות קיץ תשפ"ג, מועד ב'

א. הוכחה. ב. $\frac{4}{3}S$. ג. $\frac{175}{96}S$. ד. הוכחה. ה. הסבר.

14. בגרות חורף תשפ"ד

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

ד. $EG = 20$, $CG = 40$.

15. בגרות קיץ תשפ"ד, מועד א'

$$\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta CBF}} = \frac{4}{3} \quad \text{ב. (2)} \quad \frac{AD}{CD} = \frac{4}{3} \quad \text{ב. (3)}$$

$$S_{\Delta AEC} = 2\frac{3}{4}S \quad \text{ג.}$$

17. חורף תשפ"ה

$$\text{ג. } \frac{AK}{AB} = 2 \quad \text{ד. } 14.4 - 4 \cdot S$$

תשובות סופיות - חוברת בגרויות של יואל גבע

פתרונות מלאים – עופר ילין