

אוסף שאלות בגרות 571 – שאלות קצרות: חדו"א

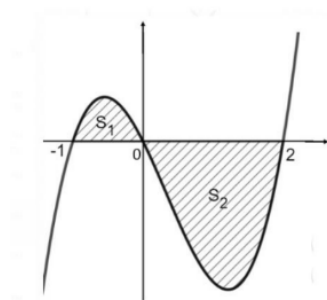
1. בגרות תש"פ, מועד א'

- ג. קבע אם הטענה הבאה נכונה: לפונקציה $f(x) = \frac{x \cdot (x-3)}{(x-3)^2}$ אין אסימפטוטה אנכית, אך יש אסימפטוטה אופקית אחת. נמק.
- ד. קבע אם הטענה הבאה נכונה: אם נזיז את גרף הפונקציה $\sin x$ שמאלה ב- $\frac{\pi}{2}$ נקבל את גרף הפונקציה $\cos x$. נמק.

2. בגרות תש"פ, מועד ב'

- א. לפניך טענה: אם פונקציה היא אי זוגית אז היא חייבת לעבור דרך הראשית. קבע אם הטענה נכונה תמיד. אם כן, נמק. אם לא, הבא דוגמה.

- ד. גרף הפונקציה $f(x)$ רציף וחותר את ציר ה- x ב-3 נקודות, כמתואר בציור. נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x שווה ל- S . S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ברביע השני. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ברביע הרביעי.



$$\int_{-1}^2 f(x) dx = K \quad \text{נתון גם:}$$

הבע באמצעות S ו- K את השטחים S_1 ו- S_2 .

3. בגרות חורף תשפ"א, מועד חורף

ג. נתון כי הפונקציה $f(x)$ אינה קבועה, מוגדרת לכל x והיא אי זוגית.
קבע לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות אם היא זוגית, אי-זוגית, לא זוגית ולא אי זוגית או שלא ניתן לקבוע. נמק.

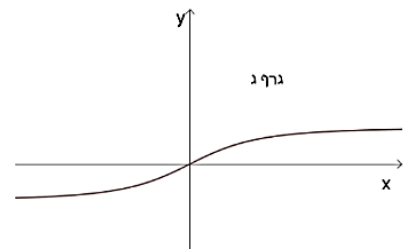
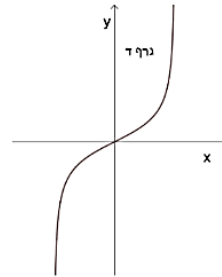
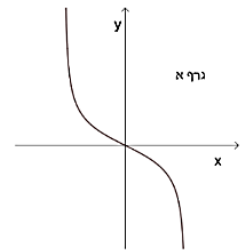
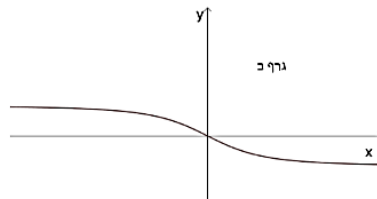
I. $h(x) = -f(x)$

II. $k(x) = (f(x))^2$

III. $g(x) = f(x) + 4$

ד. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+a}}$, $a > 0$.

אילו מהסרטוטים הבאים הוא גרף הפונקציה? נמק בקצרה.

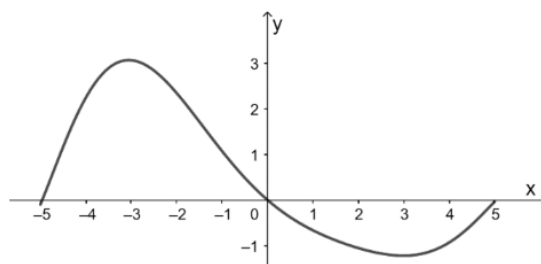


4. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'

ג. קבע אם הטענות הבאות נכונות. נמק.

I. הפונקציה $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-3}$ וזהה לפונקציה $h(x) = \sqrt{(x+1)(x-3)}$.

II. הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x+1}$ וזהה לפונקציה $h(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$.



ד. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-5 \leq x \leq 5$

ונתונה הפונקציה עבור $a > -4$:

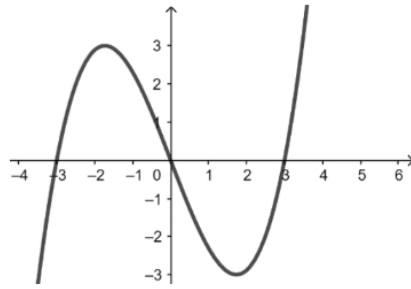
$$h(a) = \int_{-4}^a f(x) dx$$

1. קבע באיזה תחום הפונקציה $h(a)$ עולה.

נמק.

2. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה $h(a)$. נמק.

5. בגרות קיץ תשפ"א, יוני, נבצרים



ג. לפניך סרטוט של גרף פונקציה אי-זוגית $f(x)$.

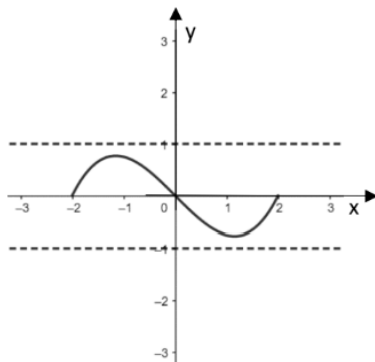
(1). קבע אם הטענה הבאה נכונה. נמק.

$$\int_{-2}^2 f(x) dx > \int_{-2}^1 f(x) dx$$

(2). מצא a עבורו מתקיים השוויון הבא. נמק.

$$\int_0^4 f(x+a) dx = 0$$

6. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'



א. בסרטוט שלפניך:

גרף של פונקציה אי-זוגית $f(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$

והישרים $y = -1$, $y = 1$.

קבע עבור כל אחת מן הטענות הבאות אם היא נכונה או לא. נמק.

$$\int_0^2 f(x) dx = 0.5 \int_{-2}^2 f(x) dx \quad (1)$$

$$\int_{-2}^0 f(x) dx > \int_0^2 (f(x))^2 dx \quad (2)$$

ג. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2+10x-12}{2x^2-10x+12}$. a הוא פרמטר חיובי.

ציר ה- x והאסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים יוצרים מלבן ששטחו 2.

(1) מהו הערך של הפרמטר a ?

(2) נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x+3)$. מהו השטח של המלבן שנוצר על ידי ציר ה- x

והאסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים? נמק.

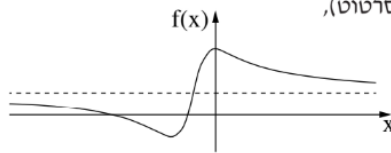
7. בגרות חורף תשפ"ב

ג. בעבור כל אחת מן הטענות (1)–(2) שלפניך, קבע אם היא נכונה לכל x . נמק.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \quad (1)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

ד. לפי הגרף של פונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x .



לפונקציה $f(x)$ אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 1$ (ראה סרטוט),

ר-2 נקודות קיצון בדיוק;

נקודת מקסימום $(0, 3)$

ונקודת מינימום $(-2, -1)$.

נגדיר את הפונקציה $g(x) = f(-x) + 1$. גם הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .

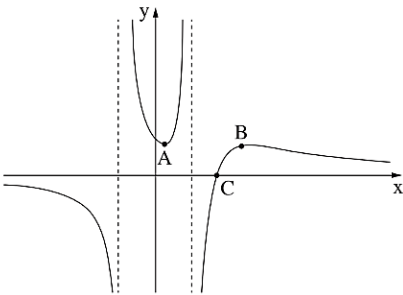
(1) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$. נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

8. בגרות חורף תשפ"ב, נבצרים

ג. נתונה הפונקציה $f(x) = [\cos(x - \pi) + \cos(\pi - x)]^2 + 4(\sin(-x))^2 - 5$ המוגדרת לכל x .

האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? נמק את תשובתך.



ד. הגרף שלפניך מתאר את הפונקציה $g(x)$ שתחום ההגדרה שלה הוא $x \neq -1, x \neq 1$.

הישרים $y = 0, x = 1, x = -1$ הם אסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$.

הנקודה $A(0.3, 1)$ היא נקודת המינימום היחידה של הפונקציה $g(x)$, הנקודה $B(3, 1)$ היא

נקודת המקסימום היחידה של הפונקציה $g(x)$, והנקודה $C(2, 0)$ היא נקודת החיתוך היחידה של

גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

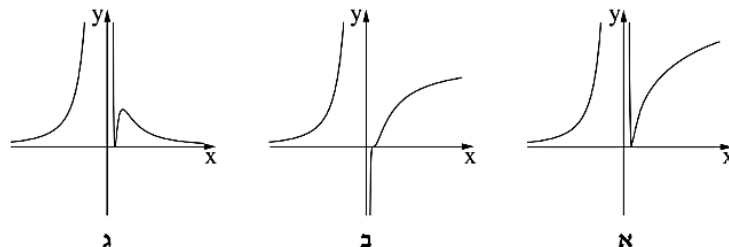
(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $\frac{1}{g(x)}$.

(2) בכמה נקודות נפגשים הגרף של $g(x)$ והגרף של $\frac{1}{g(x)}$? נמק את תשובתך.

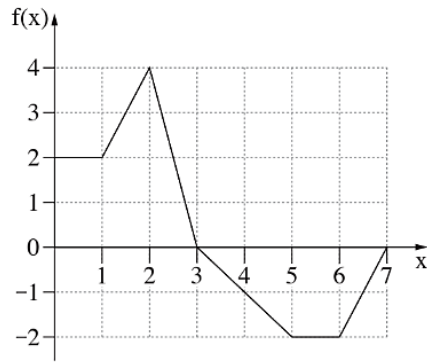
9. בגרות קיץ, תשפ"ב, מועד א'

ג. נתונה הפונקציה: $f(x) = \left(2 - \frac{1}{x}\right)^3$.

(1) אחד מן הגרפים א-ג מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם ונמקו בקצרה.



(2) קבעו כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$. נמקו את התשובה.



ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$

המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 7$,

ונתונה הפונקצייה $h(t) = \int_0^t f(x) dx$ בתחום זה.

(1) חשבו את הערכים של $h(0)$, $h(3)$, $h(5)$.

(2) קבעו באיזה תחום $h(t)$ יורדת.

נמקו את התשובה.

10. בגרות קיץ, תשפ"ב, מועד ב'

ג. נתונה הפונקצייה $f(x) = 3 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}}$

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

(2) ידוע כי האסימפטוטות של גרף הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים, חותכות זו את זו.

חשבו את השטח הכלוא בין האסימפטוטות. נמקו את התשובה.

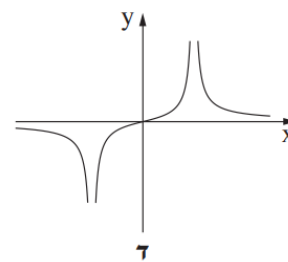
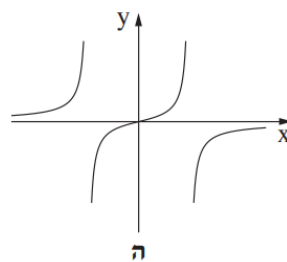
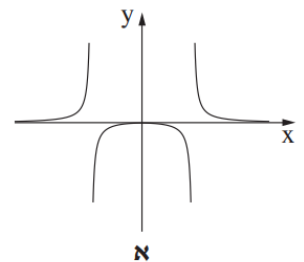
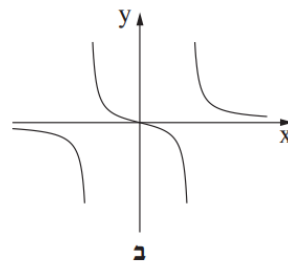
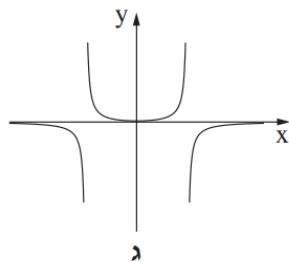
ד. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a \cdot x}{x^2 - 4}$, המוגדרת עבור $x \neq 2$ ו- $x \neq -2$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.

אחד מן הגרפים א-ה שלפניכם מתאים לפונקצייה $f(x)$ בעבור $a > 0$,

ואחד מהם מתאים לפונקצייה $f(x)$ בעבור $a < 0$.

(1) איזה מן הגרפים מתאים לפונקצייה $f(x)$ בעבור $a > 0$? נמקו את התשובה בקצרה.

(2) איזה מן הגרפים מתאים לפונקצייה $f(x)$ בעבור $a < 0$? נמקו את התשובה בקצרה.



11. בגרות חורף תשפ"ג

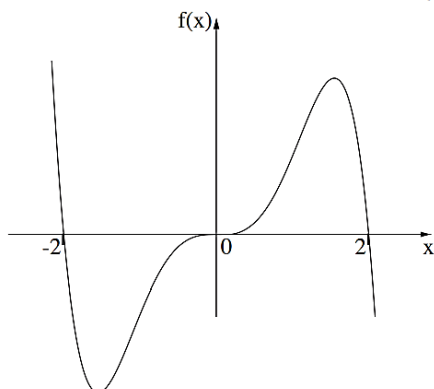
ג. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x}$ המוגדרת לכל x השונה מ-0.

(1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) נתונה הפונקצייה $g(x) = k \cdot f(x + 3)$, $k > 0$ הוא פרמטר.

מצאו את הערך של k שעבורו המרחק בין האסימפטוטות האופקיות של הפונקצייה $g(x)$ הוא 10. נמקו את תשובתכם.

ד. $f(x)$ היא פונקצייה אי-זוגית המוגדרת לכל x . הגרף שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$.



נתונה הפונקצייה $g(t) = \int_{-2}^t f(x) dx$ המוגדרת בתחום $-2 \leq t \leq 2$ ומקיימת

(1) קבעו באיזה תחום הפונקצייה $g(t)$ יורדת.

(2) האם קיימים ערכים של t (בתחום $-2 \leq t \leq 2$) שעבורם הפונקצייה $g(t)$ חיובית? נמקו את תשובתכם.

(3) האם לפונקצייה $g(t)$ יש נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.

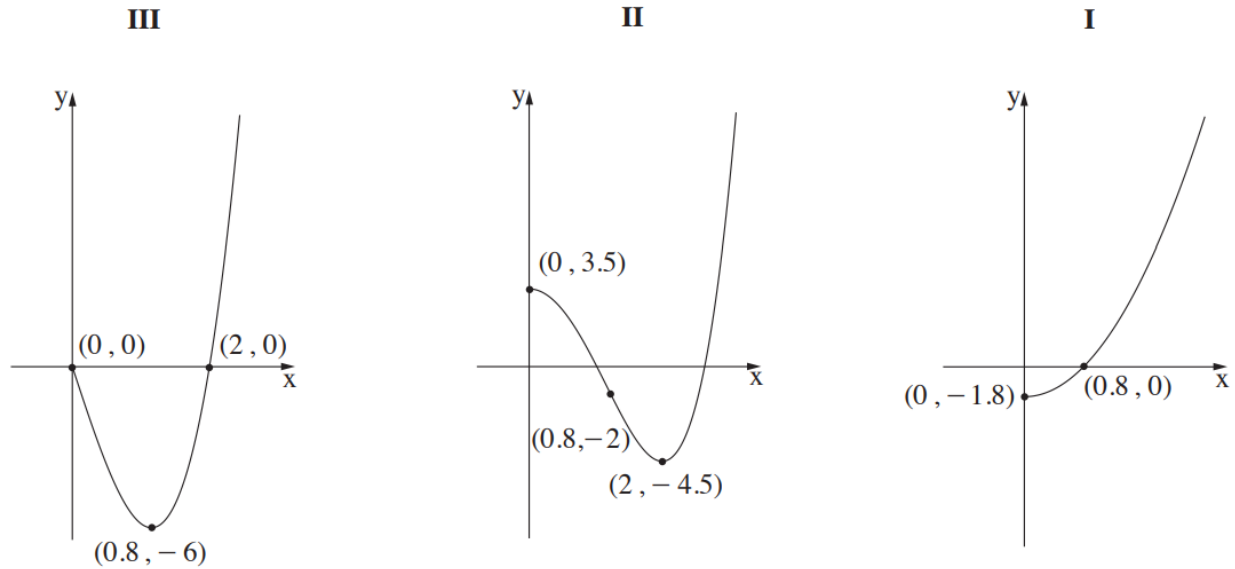
12. בגרות קיץ, תשפ"ג, מועד א'

- ג. לפניכם הגרפים III-I, המייצגים את הפונקצייה $f(x)$, את פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, ואת פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$. הפונקציות מוגדרות עבור $0 \leq x \leq 3$.
- (1) התאימו כל אחד מן הגרפים III-I לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$. נמקו.

ענו על התת-סעיפים (2)-(3) על פי הנתונים המופיעים בגרפים III-I.

(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

(3) מצאו את הערך של האינטגרל: $\int_0^{0.8} f''(x) dx$.



7. לפניכם הגרף של הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת עבור $x \neq -1$, $x \neq 1$. משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ הן:

$$k > 1, y = k, x = -1, x = 1$$

שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$

עם ציר ה- y הם $(0, -a)$, a הוא מספר חיובי.

(1) מצאו עבור אילו ערכים של a

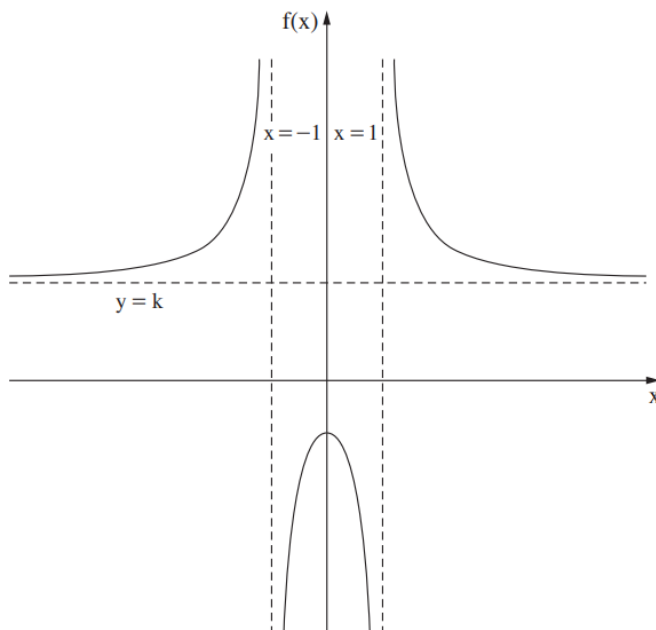
יש לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $\frac{1}{f(x)}$

שתי נקודות חיתוך. נמקו.

(2) נתון כי המרחק בין האסימפטוטות האופקיות

של הפונקציות $f(x)$ ו- $\frac{1}{f(x)}$ הוא 1.5.

מהו הערך של k ? נמקו.



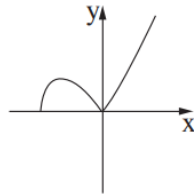
13. בגרות קיץ, תשפ"ג, מועד ב'

ג. לפניכם שלוש פונקציות והגרפים א-ד. כל אחת מן הפונקציות מתוארת על ידי אחד מן הגרפים.

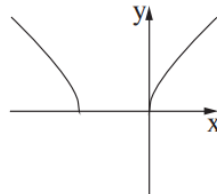
$$f(x) = \sqrt{x^2(x+2)}$$

$$h(x) = \sqrt{x(x+2)}$$

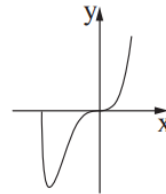
$$k(x) = x\sqrt{x+2}$$



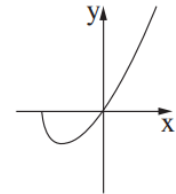
גרף ד



גרף ג



גרף ב

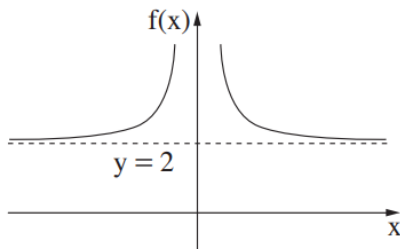


גרף א

(1) בעבור כל אחת מן הפונקציות, קבעו איזה מן הגרפים מתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

נתונה הפונקצייה $g(x) = x^n \sqrt{x+2}$, n הוא פרמטר טבעי גדול מ-1.

(2) מצאו עבור אילו ערכים של n , הגרף הנותר מתאר את הפונקצייה $g(x)$.



ד. לפניכם גרף של הפונקצייה $f(x)$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

הישרים $y = 2$ ו- $x = 0$ הם אסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה בכל תחום הגדרתה.

(1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

נתון: $a > 0$ הוא פרמטר.

(3) סדרו את הביטויים (1)–(4) שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר

(כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

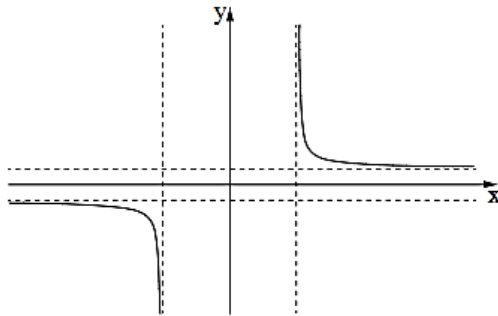
$$(1) \int_a^{a+1} f(x) dx, (2) \int_{a+1}^{a+2} f(x) dx, (3) \int_a^{a+1} f'(x) dx, (4) \text{ המספר } 2.$$

14. בגרות חורף תשפ"ד

ג. לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפונקצייה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x ושתי אסימפטוטות מאונכות לציר ה- y .

אחד מן הביטויים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$.



I. $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}}$

II. $\frac{x}{\sqrt{x^2 - 16}}$

III. $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 16}}$

IV. $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 16}}$

(1) קבעו איזה מן הביטויים I–IV מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

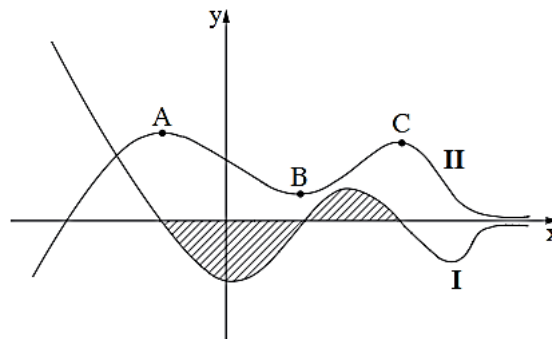
נתונה הפונקצייה $g(x)$, המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x) + \frac{5}{3}$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. הגרפים II–I בסרטוט שלפניכם מתארים את הפונקצייה $f(x)$ ואת פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל נקודות הקיצון של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מתוארות בסרטוט.



(1) קבעו איזה גרף, I או II, מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

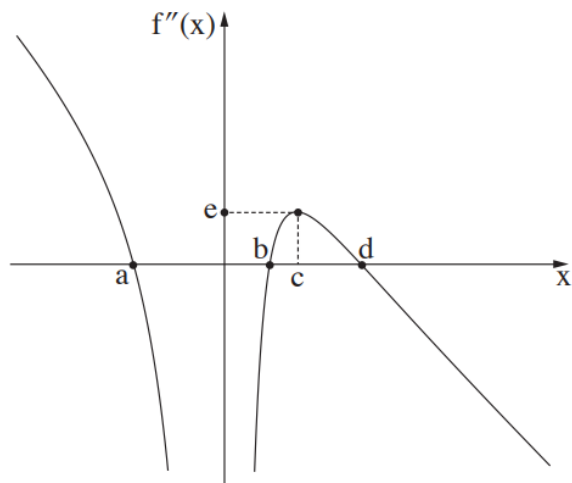
(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו את תשובתכם.

הנקודות A, B, ו-C הן נקודות הקיצון של גרף II, כמתואר בסרטוט.

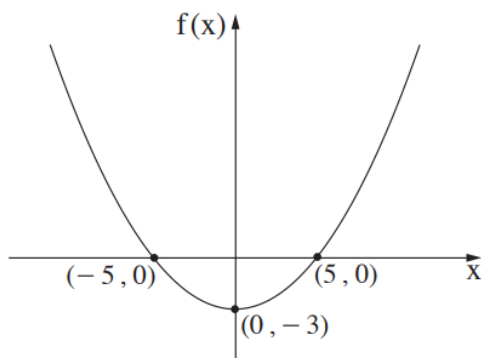
נתון: $y_B = 2$, $y_A = 6$.

השטח המוגבל על ידי גרף I ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בסרטוט) שווה ל-7.

(3) מצאו את שיעור ה- y של הנקודה C.



- ב. נתונות הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$, המוגדרות לכל $x \neq 0$.
 בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.
 לגרף הפונקצייה $f''(x)$ יש שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ,
 ושיעוריהן הם $(a, 0)$, $(b, 0)$, $(d, 0)$.
 הנקודה (c, e) היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f''(x)$.
 (1) הביעו באמצעות a, b, c, d, e , אם יש צורך,
 את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 נתונה הפונקצייה $h(x)$, המקיימת: $h'(x) = f''(x) - e$.
 הפונקצייה $h(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.
 (2) מצאו כמה נקודות קיצון וכמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $h(x)$ (אם יש כאלה).
 נמקו את תשובתכם.



- ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$, ועליו כתובים
 כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x
 ושיעורי נקודת המינימום שלה.
 הפונקצייה מוגדרת לכל x .
 נתונות הפונקציות: $h(x) = |f(x)| + m$, $g(x) = |f(x) + m|$.
 m הוא פרמטר, $0 < m < 2$.
 (1) הביעו באמצעות m , אם יש צורך,
 את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) הביעו באמצעות m , אם יש צורך, את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגן.
 (3) לפניכם שתי טענות, II-I. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.
 I. הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ חיוביות לכל ערך של x .
 II. לכל ערך של m בתחום $0 < m < 2$ מתקיים שהישר $y = m + \frac{1}{2}$ חותך כל אחת מן
 הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בשלוש נקודות.

ג. נתון כי הפונקצייה $f(x)$ היא פונקצייה אי-זוגית ורציפה המוגדרת לכל x .

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ובה $x = -\frac{1}{2}$.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x היא בנקודה $(1, 0)$.

(1) סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הפונקצייה $g(x)$ היא פונקצייה זוגית המוגדרת לכל x .

פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת $g'(x) = -f(x)$.

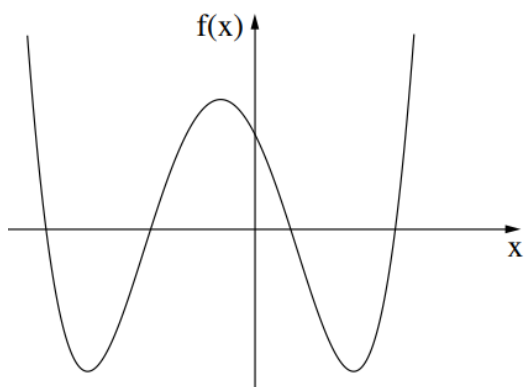
נתון: $g(1) = 2$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות המינימום של הפונקצייה $g(x)$.

(3) לפניכם שני היגדים I-II. קבעו עבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ הוא בין 0 ל-2.

II. הפונקצייה $g(x)$ חיובית לכל x .



ד. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

אחד מן הביטויים I-IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

(1) קבעו איזה מן הביטויים מייצג את הפונקצייה $f(x)$.

נמקו את קביעותכם.

I. $f(x) = x(x-4)(x+6)$

II. $f(x) = x(x-1)(x+3)(x+6)$

III. $f(x) = (x-4)(x-1)(x+3)(x+6)$

IV. $f(x) = (x-4)(x+1)(x+3)(x+6)$

נתונה הפונקצייה $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

(2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

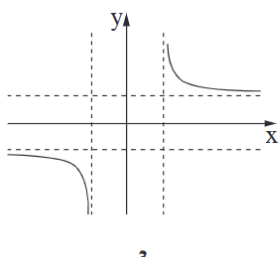
נתון: $\int_4^7 g(x) dx = k$.

(4) הביעו באמצעות k את הערך של $\int_5^8 [(2 \cdot g(x-1) + 1)] dx$.

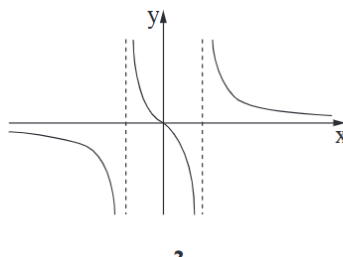
17. חורף תשפ"ה

ג. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$, $h(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$.

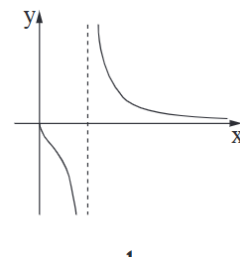
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$.
- (2) התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$, את הגרף המייצג אותה מבין הגרפים 1–5 שלפניכם. נמקו את קביעותיכם.



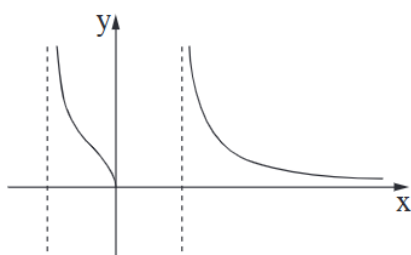
1



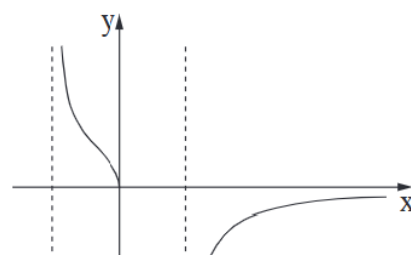
2



3



4



5

ד. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, מוגדרות לכל x .

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית, ויש לה נקודת מינימום אחת בלבד ששיעוריה הם $(-6, 3)$.

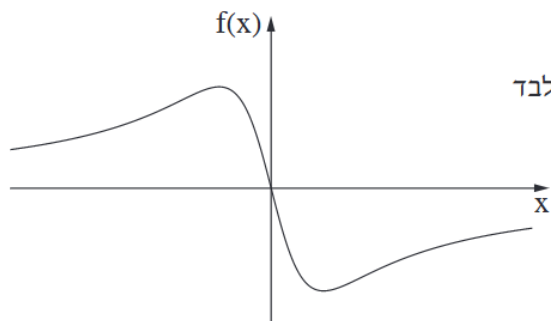
לפונקצייה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אסימפטוטה אופקית $y = 0$.

(1) סרטטו סקיצה אפשרית של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

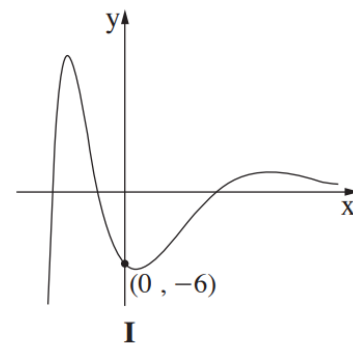
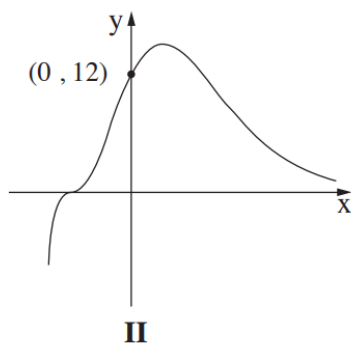
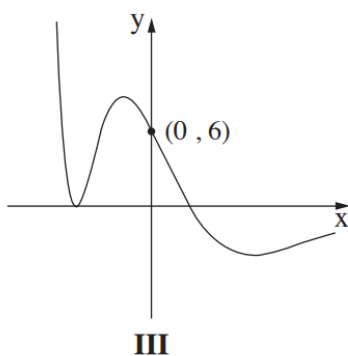
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



18. קיץ תשפ"ה - מועד א

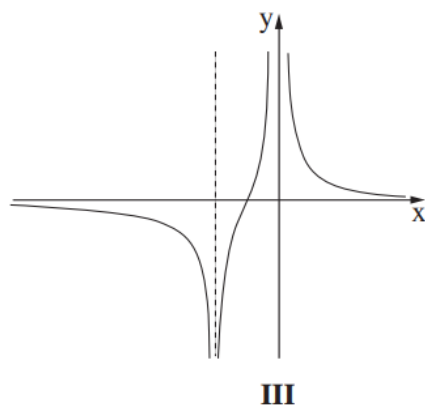
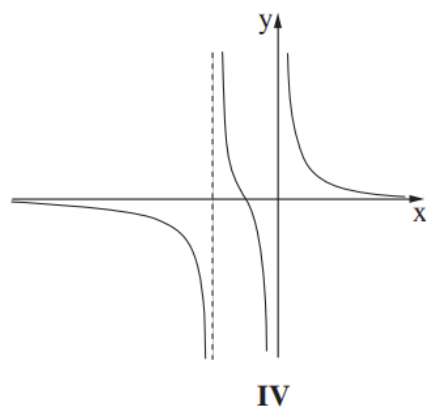
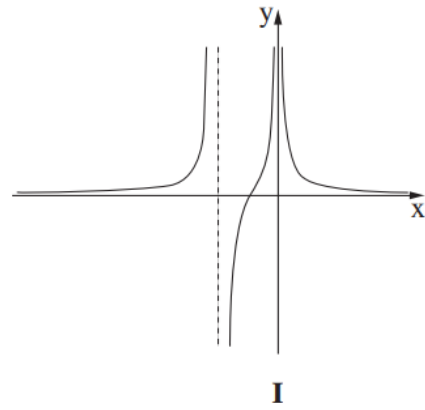
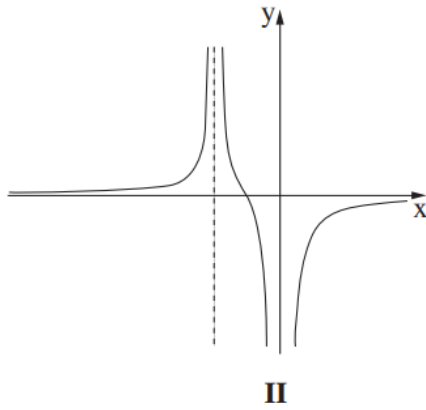
- ג. הפונקצייה $f(x)$, פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ ופונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפניכם שלושה גרפים I–III. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$, אחד את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ואחד את פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.
 בכל אחד מן הגרפים מופיעות כל נקודות הקיצון וכל נקודות החיתוך שלו עם ציר ה- x .
 על כל אחד מן הגרפים כתובים שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- y .



- (1) התאימו לכל אחת מן הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ את הגרף המתאר אותה. נמקו את תשובתכם.
- (2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו את תשובתכם.
- שיעורי נקודת המקסימום של הפונקצייה $f(x)$ הם $(a, 15)$.
- (3) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f'(x)$, על ידי גרף הפונקצייה $f''(x)$, על ידי הישר $x = a$ ועל ידי ציר ה- y .

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq -2, x \neq 0$.

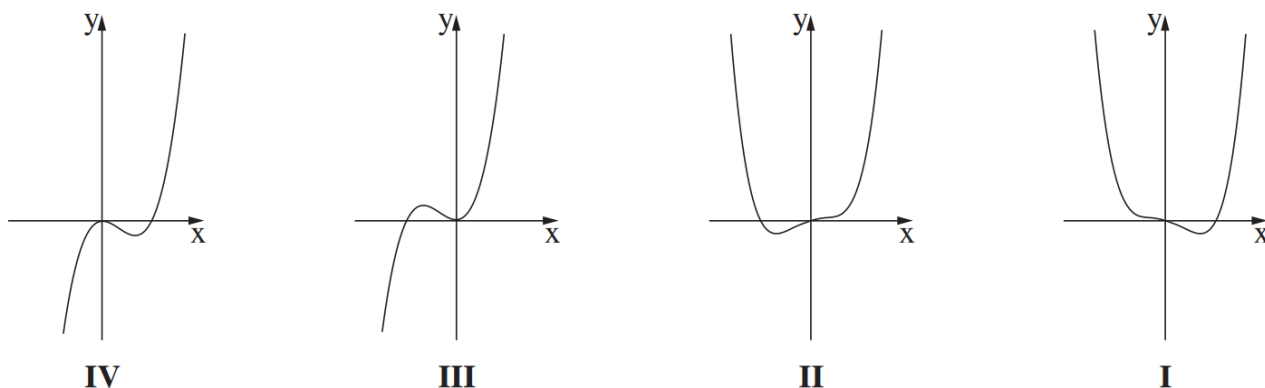
- (1) מצאו את תחומי החיוביות של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.
- (3) חשבו את השטח הכלוא על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 3$.



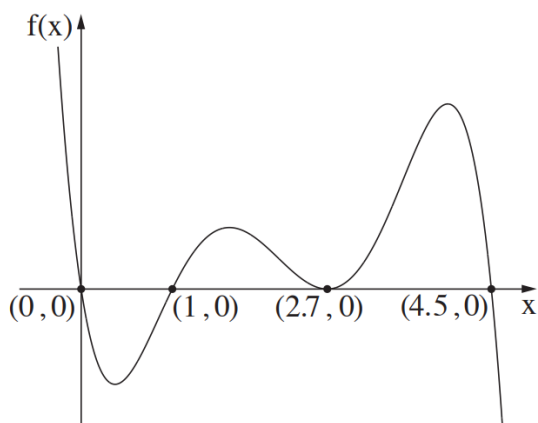
18. קיץ תשפ"ה - מועד ב

ג. נתונות הפונקציות $f(x) = x^n(x-1)$ ו- $g(x) = x^n(x+1)$, המוגדרות לכל x .
 n הוא פרמטר טבעי גדול מ-1.

כל אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מייצג אחת מן הפונקציות $f(x)$ או $g(x)$ בעבור n זוגי או n אי-זוגי.



- (1) התאימו לכל אחד מן הגרפים IV-I את הפונקצייה, $f(x)$ או $g(x)$, המתאימה לו בעבור n זוגי או n אי-זוגי.
 (2) הציבו $n = 2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



ד. בסרטוט שלפניכם מתוארת הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת לכל x .
 בסרטוט מצוינים כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 פונקצייה $g(x)$ מוגדרת בתחום $x \geq 0$, ומקיימת $g(x) = \int_0^x f(t) dt$.

- (1) מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $1 \leq x \leq 2.7$.

נתון: $g(4.5) = 3 \cdot S$, $g(2.7) = 0$.

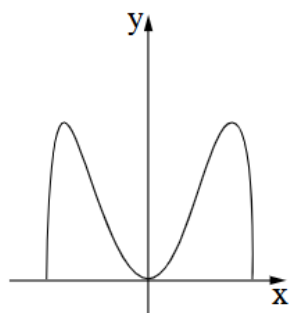
- (2) הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $0 \leq x \leq 4.5$.

חרף תשפו

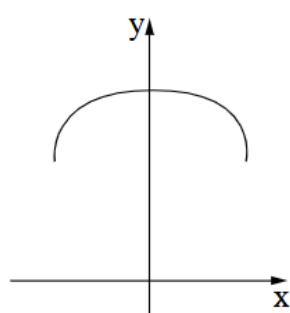
ג. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{64 - x^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

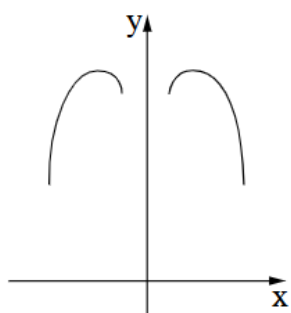
(2) אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.



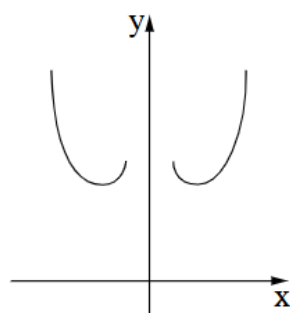
II



I



IV



III

קיץ תשפו

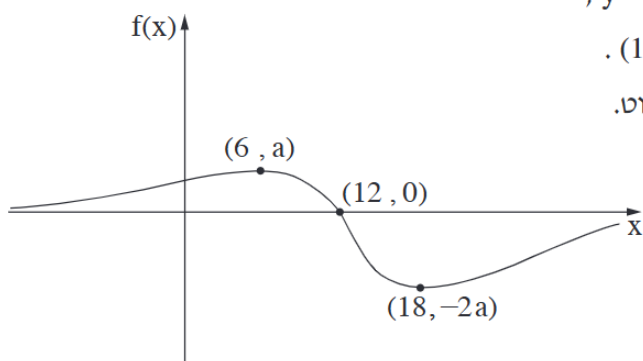
ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)$, המוגדרת לכל x .

לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת בלבד, שמשוואתה $y = 0$,

ונקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה- x , ששיעוריה הם $(12, 0)$.

שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ מוצגים בסרטוט.

a הוא פרמטר גדול מ-1.



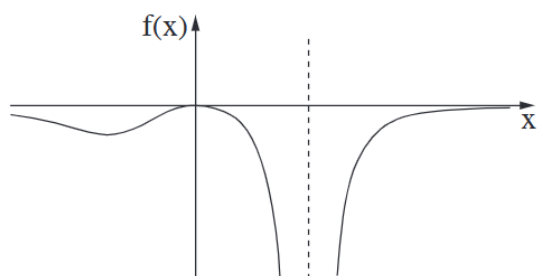
נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתון כי לישר $y = \frac{a}{27}$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק 3 נקודות משותפות.

(3) מצאו את הערך של a .



7. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{-30x^2}{(x^3 - 8)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 2$.

בסרטוט מוצגות כל נקודות הקיצון וכל נקודות החיתוך

עם ציר ה- x של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שהנגזרת שלה מקיימת $g'(x) = f(x)$.

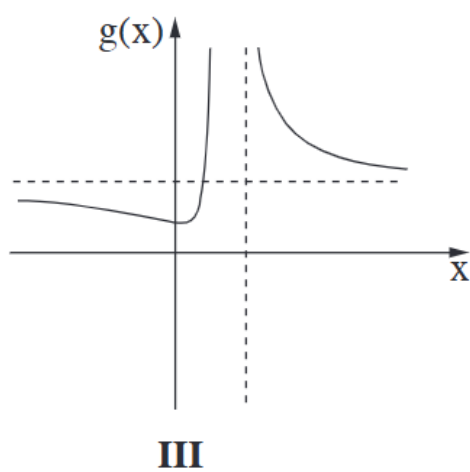
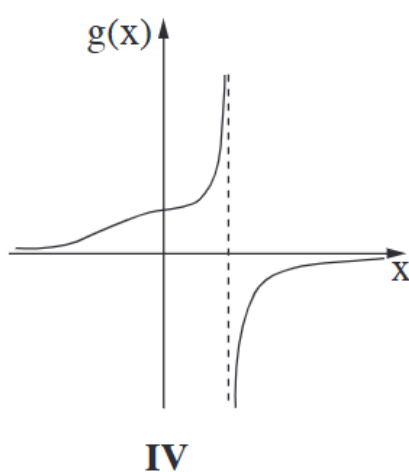
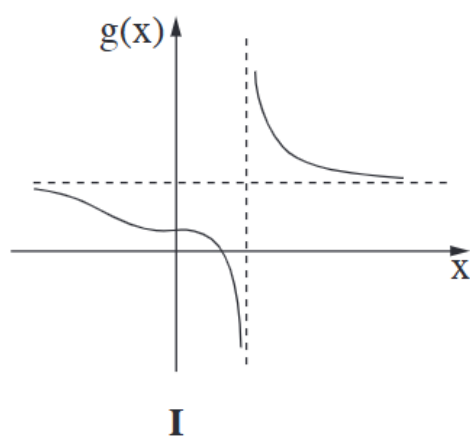
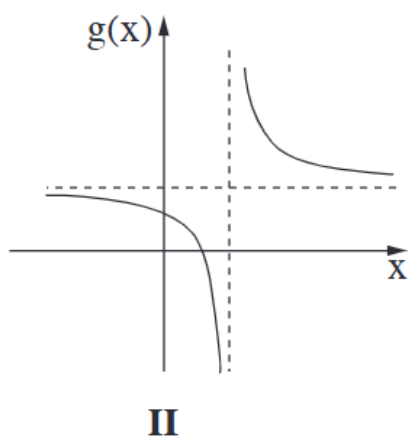
הפונקצייה $g(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq 2$.

נתון כי גרף הפונקצייה $g(x)$ עובר דרך הנקודה $(0, 0.75)$.

(1) מצאו פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

(2) אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלה.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



תשובות:

1. בגרות תש"פ, מועד א'

ג. הטענה אינה נכונה

ד. הטענה נכונה

2. בגרות תש"פ, מועד ב'

א. הטענה אינה נכונה

$$.S_2 = \frac{S-K}{2}, S_1 = \frac{S+K}{2} .D$$

3. בגרות חורף תשפ"א, מועד חורף

ג. I. פונקציה אי זוגית

II. פונקציה זוגית

III. פונקציה לא זוגית ולא אי זוגית

ד. גרף ג'

4. בגרות קיץ תשפ"א, מועד א'

ג. I. הטענה אינה נכונה

II. הטענה אינה נכונה

ד. 1. $h(a)$ עולה בתחום $-4 < x < 0$.

2. $h(a)$ קעורה כלפי מעלה ($\cup$) בתחום $3 < x < 5$ או $-4 < x < -3$.

$h(a)$ קעורה כלפי מטה ($\cap$) בתחום $-3 < x < 3$.

5. בגרות קיץ תשפ"א, יוני, נבצרים

ג. 1. הטענה אינה נכונה

$$a = -2 .2$$

6. בגרות קיץ תשפ"א, מועד ב'

א. 1. הטענה אינה נכונה

2. הטענה נכונה

$$a = 4 .1 .ג$$

2. שטח המלבן הוא 2 יח"ר

7. בגרות חורף תשפ"ב

- ג. 1. הטענה נכונה
2. הטענה אינה נכונה
ד. 1. 2
2. $y = 2$, (0, 4) מקסימום, ו- (2, 0) מינימום.

8. בגרות חורף תשפ"ב, נבצרים

- ג. לפונקציה $f(x)$ אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x
ד. 1. $x \neq 1$, $x \neq -1$, $x \neq 2$
2. הגרפים נפגשים 4 פעמים

9. תשפ"ב, מועד א'

- ב. 1. גרף ג'
2. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול
ג. 1. $h(0) = 0$, $h(3) = 7$, $h(5) = 5$
2. $h(t)$ יורדת בתחום $3 < x < 7$.

10. בגרות קיץ תשפ"ב, מועד ב'

- ג. 1. $x < -5$, $x > 5$
2. 20
ד. 1. גרף ב'
2. גרף ה'

11. בגרות חורף תשפ"ג

- ג. 1. $x = 0$, $y = -2$, $y = 2$
 $x \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow \infty$
2. 2.5
ד. 1. $-2 < t < 0$
2. לא
3. כן

12. בגרות קיץ, תשפ"ג, מועד א'

- ג. 1. גרף I: $f''(x)$
גרף II: $f(x)$
גרף III: $f'(x)$
2. $y = -6x + 2.8$
3. -6
ד. 1. $0 < a < 1$
2. $k = 2$

13. בגרות קיץ, תשפ"ג, מועד ב'

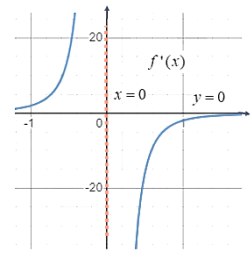
$f(x)$ - גרף ד, $h(x)$ גרף ג, $k(x)$ גרף א.

ג. 1.

2. עבור $n \geq 3$ טבעי ואי-זוגי, הגרף הנותר מתאר את הפונקציה $g(x)$.

3. (1), (2), (4), (3).

2. עלייה $x > 0$ או $x < 0$, ירידה אף x .



ד. 1.

14. חורף תשפ"ד

ג. (1) ביטוי 2

תחומי עלייה: $x > 4$

$x < -5$

תחומי ירידה: $-5 < x < -4$

ד. (1) גרף 5 (3) 3 (2) II

15. בגרות קיץ תשפ"ד, מועד א'

ב. (1) עבור $f'(x)$ - עלייה $b < x < d$ או $x < a$. ירידה - $x > d$ או $0 < x < b$ או $a < x < 0$.

(2) לפונקציה $h(x)$ יש נקודת קיצון אחת ונקודת פיתול אחת.

ג. (1) עבור $g(x)$ מקסימום $(0, -m + 3)$.

(2) עבור $h(x)$ מקסימום $(0, 3 + m)$ ומינימום $(5, m)$ ו- $(-5, m)$.

(3) הטענה אינה נכונה.

II

17. חורף תשפ"ה

ג (1) $f(x): x < -1, x > 1$

$g(x): x \geq 0, x \neq 1$

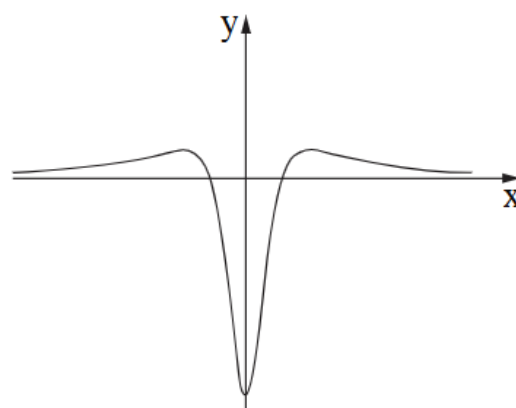
$h(x): -1 < x \leq 0, x > 1$

(2) $f(x) - \text{גרף } 3$

$g(x) - \text{גרף } 1$

$h(x) - \text{גרף } 5$

ד. (1)



(2) $(0, 0), (\pm 3, 0)$

(3) 144

18. קיץ תשפה - מועד א

ג. (1) גרף I - $f(x)$ n אי זוגי.

גרף II - $g(x)$ n אי זוגי.

גרף III - $g(x)$ n זוגי.

גרף IV - $f(x)$ n זוגי.

(2) $\frac{1}{12}$

ד. (1) $x = 0$ מקסימום.

$x = 1$ מינימום.

$x = 4.5$ מקסימום.

(2) 5S

19. קיץ תשפ"ה - מועד ב

ג. (1) גרף I - $f(x)$ n אי זוגי.

גרף II - $g(x)$ n אי זוגי.

גרף III - $g(x)$ n זוגי.

גרף IV - $f(x)$ n זוגי.

$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

ד. (1) $x = 0$ מקסימום.

$x = 1$ מינימום.

$x = 4.5$ מקסימום.

$$5S \quad (2)$$

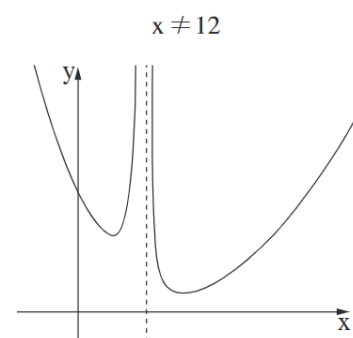
20. חרף תשפו

ג. (1) $2 \leq x \leq 8$ או $-8 \leq x \leq -2$

(2) גרף IV

פתרונות מלאים של עופר ילין

21. קיץ תשפו



ג. (1)

(2)

$$a = 3$$

(3)

$$g(x) = \frac{10}{x^3 - 8} + 2$$

ד. (1)

I

(2)