

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב
מספר השאלון: 35482
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \dots$ ובה 23 איברים.

נתון: $a_{12} = 7$, הפרש הסדרה הוא 5.

א. מצאו את a_1 .

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$ וגם בה 23 איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא 3.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- d .

מכל איברי הסדרות A ו- B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם: $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$.

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,013.

מצאו את d .

טריגונומטריה במרחב

2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

אלכסוני הבסיס $ABCD$ נפגשים בנקודה O .

נתון כי גובה התיבה שווה לאלכסון הבסיס.

א. מצאו את גודל הזווית שבין הקטע OC' לבין הבסיס $ABCD$.

נתון כי אורך הקטע OC' הוא $\sqrt{80}$.

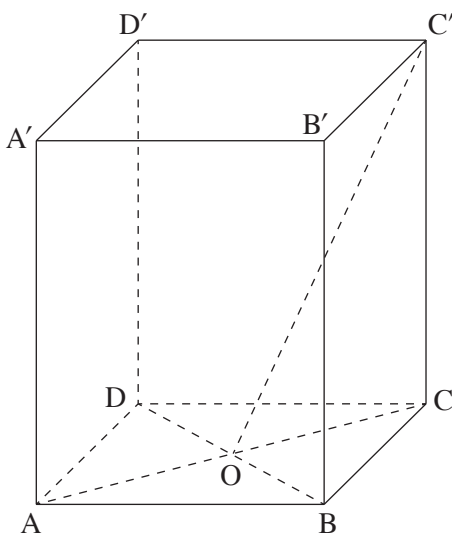
ב. (1) חשבו את שטח המשולש $BC'D$.

(2) חשבו את שטח המעטפת של התיבה.

ג. הנקודה M היא אמצע הקטע $A'D'$, והנקודה P היא אמצע הקטע AD .

(1) חשבו את אורך הקטע BP .

(2) מצאו את גודל הזווית שבין הקטע BM לבין הבסיס $ABCD$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = (\cos x)^2 - 2 \sin x - 2$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את תחום החיוביות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $-f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) - 1$.

ה. קבעו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

(3) הסבירו מדוע הפונקצייה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

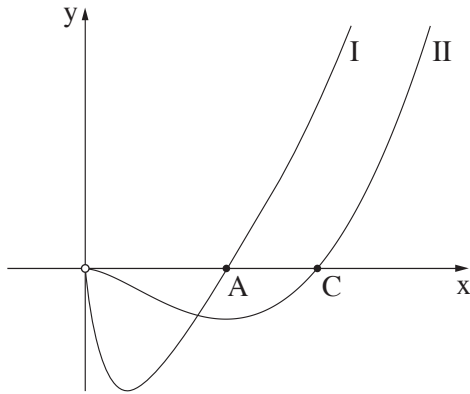
ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר $y = -2e$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k .



5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.

אחד מן הגרפים מתאר את הפונקצייה $f(x)$, והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- x ,

והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- x .

ג. מצאו את אורך הקטע AC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- y ועל ידי ציר ה- x (השטח שברביע הראשון).

בהצלחה!