

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

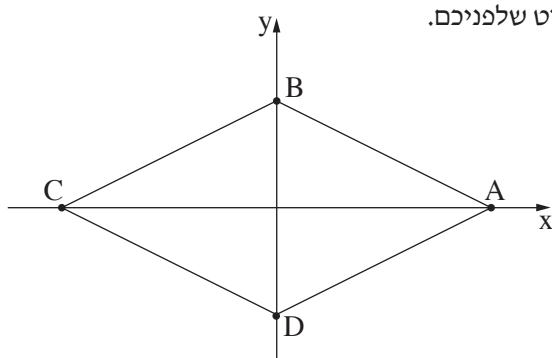
בהצלחה!

השאלות

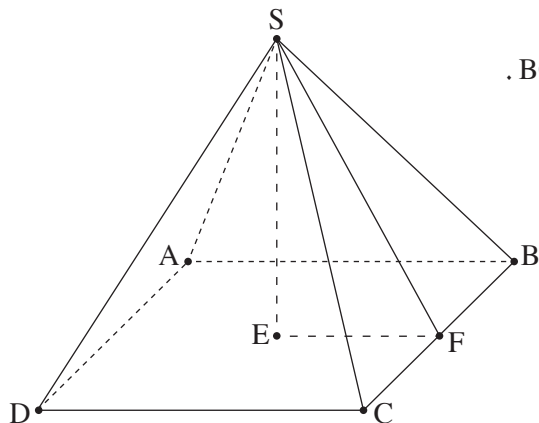
ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתון מעוין ABCD. אלכסוני המעוין מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
נתון: אורך האלכסון AC הוא 10.
המרחק של כל אחת מצלעות המעוין מראשית הצירים הוא $\sqrt{5}$.
 - א. מצאו את משוואת הצלע AB.
 - ב. בתוך המעוין חסום מעגל.
 - ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.
- מן הנקודה M מורידים אנך לציר ה־x החותך אותו בנקודה $K(a, 0)$.
 על הישר $x = -a$ מסמנים נקודה E ומעבירים דרכה ישר המקביל לציר ה־x.
 הישר המקביל חותך את האנך האמצעי לקטע EK בנקודה G.
 - ד. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן זה נמצא על פרבולה, ומצאו את משוואתה.
- הנקודה N נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שאת משוואתה מצאתם. שיעור ה־x של הנקודה N הוא 5.
 - ה. מצאו את משוואות שני המעגלים שמרכזם בנקודה N והם משיקים למעגל החסום במעוין.



2. בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הבסיס, והנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

נסמן: $\vec{SE} = \underline{u}$, $\vec{SF} = \underline{v}$, $\vec{SB} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטורים $\vec{BC}$ ו- $\vec{DC}$.

הקטע SE הוא גובה הפירמידה.

נתון: $|\underline{u}| = 7$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

נתון: $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

ג. מצאו את גודל הזווית שבין SB ובין הבסיס של הפירמידה.

נתון: $E(0, 4, 5)$, מישור הבסיס ABCD מקביל לציר z.

ד. מצאו את משוואת המישור שעליו מונח הבסיס של הפירמידה.

נתון: שיעור ה-x של הקודקוד B הוא 3.

ה. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

3. א. (1) מצאו את פתרונות המשוואה: $z^6 + 64i = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצאו את ארבעת הפתרונות של המשוואה: $\frac{z^6 + 64i}{z^2 - 4i} = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הפתרונות שמצאתם בתת-סעיף א(2) מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ב. מצאו את שטח המרובע.

מסובבים את המרובע (סביב הראשית) בזווית α נגד כיוון השעון, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ג. מהו הערך של מכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע בעבור $\alpha = 45^\circ$? נמקו את תשובתכם.

ד. (1) מצאו את שני הערכים של α כך שמכפלת כל המספרים המייצגים את קודקודי המרובע לאחר הסיבוב תהיה

מספר מדומה טהור.

(2) מהו הערך של המכפלה בעבור כל אחד מן הערכים של α שמצאתם?

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $k(x) = xe^x$, ונתונה הפונקצייה $m(x) = 2e^x - 1$, המוגדרות לכל x .

א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- y בעבור כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מן הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ עם ציר ה- y .

הגרפים של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ נחתכים בשתי נקודות בדיוק, נקודה אחת שבה $x = a$

ונקודה נוספת שבה $x = b$, $b > a$.

ב. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקצייה $k(x)$ ושל גרף הפונקצייה $m(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.

ג. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

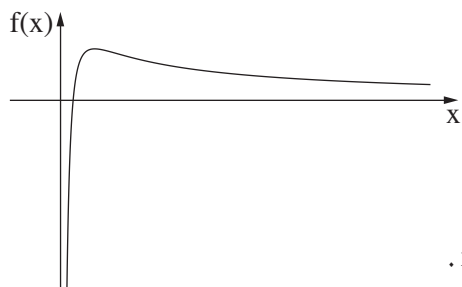
ד. הסבירו מדוע למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.

ה. (1) הסבירו מדוע $1 < b$.

(2) הביעו באמצעות a ו- b את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{2\ln(x) - 1}{x}$, המוגדרת בתחום $x > 0$.



א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתונה הפונקצייה $g(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$ ומקיימת: $g'(x) = f(x)$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$ הוא $-\frac{1}{4}$.

ב. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

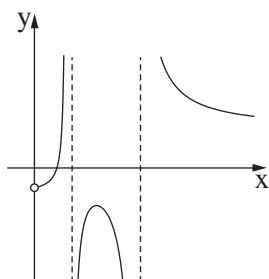
נתונה הפונקצייה $h(x)$ המוגדרת כך: $h(x) = 1 + \frac{b}{g(x)}$, b הוא פרמטר גדול מ- $\frac{1}{4}$.

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

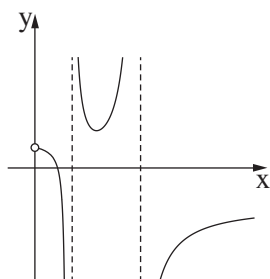
(2) קבעו אם גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה- x . נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $h(x)$, וקבעו את סוגה. הביעו את תשובתכם באמצעות b , אם יש צורך.

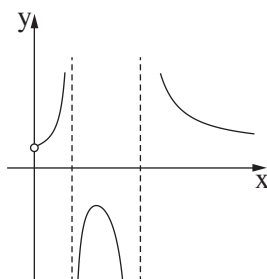
ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $h(x)$.



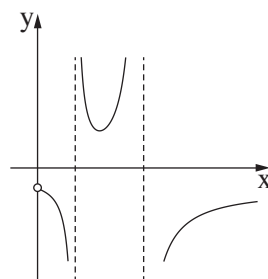
IV



III



II



I

בהצלחה!